RA 2007

Abschlussprüfung zum Realschulabschluss

und diesem gleichwertige Abschlüsse

Mathematik

Hinweise und Beispiele zu den zentralen schriftlichen Prüfungsaufgaben

Stand: 15.09.2006

Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Bildung und Sport

Impressum

3. Auflage, 2006.

Herausgeber:
Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Bildung und Sport
Amt für Bildung – B 22 -
Hamburger Straße 31, 22083 Hamburg

Referatsleitung Mathematik, Naturwissenschaften, Informatik, Technik: Werner Renz

Gesamtredaktion H/R:
Susi Agethen, Claudia Aßmann, Christoph Borr, Ronald Buchholz, Andreas Busse, Friedhelm Dieckmann, Jens Dürolf, Winfried Euba, Monika Fönschau, Anneli Gründel, Willi Heinsohn, Dr. Klaus Henning, Gerd Jacobsen, Astrid Jestremski, Andreas Kalbitz, Doris Knabbe, Christa Kobe, Linda Koch, Helmut Komm, Michael Lammersdorf, Kerstin Lenz, Dr. Wolfgang Löding, Eckhard Lohmann, Julia Marasas, Gabriele Müller-Sonder, Helga Nagel, Maike Nebl, Elke Notz, Ilse Oetken, Renate Otter, Karsten Patzer, Christel Piwitt, Martin Richter, Sabine Riekhof, Martina Rühl, Thorsten Scheffner, Jörg Schwan, Gabriele Siebert, Stephanie Spendel, Lars Spiegel, Helmut Springstein, Ulrich Timm, Thomas von Fintel, Gisela Weltersbach, Thorsten Wichmann, Karen Wissen, Karin Witt, Bärbel Zweiling.

Alle Rechte vorbehalten.

Internet: www.daten-fakten.bbs.hamburg.de

Hamburg 2006

Inhaltsverzeichnis

Vorwort 4

1 Liste der Arbeitsaufträge 5

2 Aufgaben 8

2.1 Aufgaben, die ohne Taschenrechner bearbeitet werden 9
2.1.1 Beispiel für eine Prüfungsaufgabe zum Prüfungsteil 1 9
2.1.2 Beispiele für Teilaufgaben zum Prüfungsteil 1 12

2.2 Aufgaben, die mit Taschenrechner bearbeitet werden 18
Idee der Zahl 18
Idee des Messens 26
Idee Raum und Form 32
Idee des funktionalen Zusammenhangs 45
Idee der Wahrscheinlichkeit 57

3 Erwartungshorizonte und Bewertung 73

Vorwort

Sehr geehrte Kolleginnen und Kollegen,

mit den zum August 2003 in Kraft getretenen Verordnungen

- Ausbildungs- und Prüfungsordnung für die Klassen 1 bis 10 der allgemein bildenden Schulen (APO-AS),
- Ausbildungs- und Prüfungsordnung für die integrierte Gesamtschule (APO-iGS),
- Ausbildungs- und Prüfungsordnung für die kooperative Gesamtschule (APO-kGS) und
- Prüfungsordnung zum Erwerb von Abschlüssen der allgemein bildenden Schulen durch Externe (ExPO)

werden zentrale Elemente in der schriftlichen Abschlussprüfung eingeführt. Grundlage der schriftlichen Abschlussprüfungen sind die Rahmenpläne für die Sekundarstufe I in der jeweils letzten Fassung.

In den *Regelungen für die zentralen schriftlichen Prüfungsaufgaben* zum Realschulabschluss, die jeweils vor Beginn des Abschlussjahrgangs von der Behörde für Bildung und Sport veröffentlicht werden, werden die Schwerpunktthemen und Kompetenzen, die zur Überprüfung anstehen sowie die möglichen Aufgabenformate für den aktuellen Jahrgang verbindlich festgelegt.

In der vorliegenden Handreichung, die die entsprechende Verwaltungsvorschrift ausführt, werden Beispiele für Prüfungsaufgaben vorgestellt, wie sie für die schriftlichen Abschlussarbeiten im Jahr 2006 und in den nachfolgenden Jahren formuliert werden. Die hier vorgelegten Aufgabenbeispiele korrespondieren mit den in den Bildungsstandards Mathematik für den Mittleren Abschluss der KMK geforderten Kompetenzen, Anforderungen und Aufgabenformaten; zum Teil sind auch Aufgabenbeispiele aus diesen Bildungsstandards übernommen worden.

Die Aufgabenstellungen berücksichtigen die in den Rahmenplänen Mathematik für die Schulformen der Sekundarstufe I sowie die in den Bildungsstandards der KMK für den Mittleren Abschluss formulierten Leitideen und Anforderungen. Dem Geist der Rahmenpläne folgend orientieren sie sich an den zentralen Ideen (Leitideen), die die Inhalte verschiedener mathematischer Sachgebiete vereinigen und das mathematische Curriculum spiralförmig durchziehen.

Im Anschluss an die Aufgabenstellungen werden jeweils die erwartete Schülerleistung beschrieben und Vorschläge für eine Punkteverteilung in den drei Anforderungsbereichen gegeben. Neu ist, dass die Aufgaben verbindlich definierte Arbeitsaufträge enthalten und in einem Bewertungsschlüssel die Voraussetzungen für eine „gute“ und für eine „ausreichende“ Gesamtleistung beschrieben werden. Diese Definitionen dienen dem Ziel, mehr Verbindlichkeit und Vergleichbarkeit zu schaffen.

In der Hoffnung, dass die vorliegende Handreichung hilfreich für Ihre Unterrichtsarbeit und der Einführung zentraler Elemente in die schriftliche Abschlussprüfung dienlich ist, wünsche ich Ihnen und Ihren Schülerinnen und Schülern eine erfolgreiche Vorbereitung auf den Realschulabschluss.

Den Koordinatoren und Mitgliedern der Arbeitsgruppe, die diese Handreichung erstellt haben, möchte ich sehr herzlich für die intensive und zeitaufwändige Arbeit danken.

Werner Renz

1 Liste der Arbeitsaufträge

Mehr noch als bei dezentralen Aufgaben, die immer im Kontext gemeinsamer Erfahrungen der Lehrenden und Lernenden mit vorherigen Klassenarbeiten stehen, müssen zentrale Prüfungsaufgaben für die Schülerinnen und Schüler eindeutig hinsichtlich des Arbeitsauftrages und der erwarteten Leistung formuliert sein. Die in den zentralen schriftlichen Prüfungsaufgaben verwendeten Operatoren (Arbeitsaufträge) werden in der folgenden Tabelle definiert und inhaltlich gefüllt. Entsprechende Formulierungen in den vorausgehenden Klassenarbeiten sind ein wichtiger Teil der Vorbereitung auf den Realschulabschluss.

Neben Definitionen und Beispielen enthält die Tabelle auch Zuordnungen zu den Anforderungsbereichen **I, II** und **III,** wobei die konkrete Zuordnung auch vom Kontext der Aufgabenstellung abhängen kann und eine scharfe Trennung der Anforderungsbereiche nicht immer möglich ist.

Anforderungsbereich I: Reproduzieren

Dieses Niveau umfasst die Wiedergabe und direkte Anwendung von grundlegenden Begriffen, Sätzen und Verfahren in einem abgegrenzten Gebiet und einem wiederholenden Zusammenhang.

Anforderungsbereich II: Zusammenhänge herstellen

Dieses Niveau umfasst das Bearbeiten bekannter Sachverhalte, indem Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten verknüpft werden, die in der Auseinandersetzung mit Mathematik auf verschiedenen Gebieten erworben wurden.

Anforderungsbereich III: Verallgemeinern und Reflektieren

Dieses Niveau umfasst das Bearbeiten komplexer Gegebenheiten u.a. mit dem Ziel, zu eigenen Problemformulierungen, Lösungen, Begründungen, Folgerungen, Interpretationen oder Wertungen zu gelangen.

Arbeitsaufträge	**Definitionen**	**Beispiele**
Angeben, nennen **I-II**	Formulierung eines Sachverhaltes, Aufzählen von Fakten etc. ohne Begründung und ohne Lösungsweg.	Gib an, wofür die Variable m in der Geradengleichung $y = mx + b$ steht. Nenne ein Beispiel, in dem lineare Funktionen in der Realität auftreten.
Auseinandersetzen **II-III**	Kreativer Prozess, mindestens auf dem Anforderungsniveau II.	Setze dich mit den Äußerungen der Schülerinnen und Schüler auseinander. (z.B.: Aufgabe 11, Bildungsstandards)
Auswählen **I-II**	Ohne Begründung aus mehreren Angeboten eines auswählen	Wähle ohne Hilfe des Taschenrechners diejenige Zahl aus, die dem Wert von $\sqrt{199}$ am nächsten kommt.
Begründen **II-III**	Für einen angegebenen Sachverhalt einen Begründungszusammenhang herstellen.	Begründe, warum der abgebildete Graph die Situation nicht richtig beschreibt. Begründe, warum eine quadratische Gleichung höchstens zwei Lösungen hat.
Berechnen **I-II**	Ergebnis von einem Ansatz ausgehend durch nachvollziehbare Rechenoperationen gewinnen. Die Wahl der Mittel kann eingeschränkt sein.	Berechne ohne Benutzung des Taschenrechners den Wert des Ausdrucks $2^3 + 3^2$.

Arbeitsaufträge	Definitionen	Beispiele
Beschreiben **II-III**	Darstellung eines Sachverhalts oder Verfahrens in Textform unter Verwendung der Fachsprache. Es sollten hierbei vollständige Sätze gebildet werden; hier sind auch Einschränkungen möglich (Beschreiben Sie in Stichworten).	Beschreibe, wie sich A ändert, wenn x größer wird. Beschreibe, wie man den Flächeninhalt dieser Figur bestimmen kann.
Bestimmen **I-III**	Darstellung des Lösungsweges und Formulierung des Ergebnisses. Die Wahl der Mittel kann frei, unter Umständen auch eingeschränkt sein.	Bestimme die Lösung der Gleichung $\sqrt{x} + x = 12$. Bestimme die Lösung der Gleichung $3x - 5 = 5x + 3$ durch Äquivalenzumformungen. Bestimme grafisch den Schnittpunkt.
Beurteilen **III**	Zu einem Sachverhalt ein selbstständiges Urteil unter Verwendung von Fachwissen und Fachmethoden formulieren.	Beurteile, welche der beiden vorgeschlagenen Funktionen das ursprüngliche Problem besser darstellt. Beurteile die Diskussion von Yildiz und Sven.
Entscheiden **II-III**	Bei Alternativen sich begründet und eindeutig auf eine Möglichkeit festlegen.	Entscheide, mit welchen der vorgeschlagenen Formeln man das Volumen des abgebildeten Körpers berechnen kann. Entscheide, welcher Graph zu welcher Funktionsgleichung gehört.
Erstellen **I-II**	Einen Sachverhalt in übersichtlicher, meist fachlich üblicher oder vorgegebener Form darstellen.	Erstelle eine Wertetabelle für die Funktion. Erstelle eine Planfigur.
Interpretieren **II-III**	Die Ergebnisse einer mathematischen Überlegung rückübersetzen auf das ursprüngliche Problem.	Interpretiere: Was bedeutet deine Lösung für die ursprüngliche Frage? Interpretiere die Bedeutung der Variablen d vor dem Hintergrund des Problems.
Konstruieren **II-III**	Anfertigung einer genauen Zeichnung, wobei die einzelnen Handlungsschritte einem mathematischen Konzept folgen, was in der Zeichnung erkennbar ist. Hilfsmittel werden benannt, müssen aber gegebenenfalls nicht alle verwendet werden.	Konstruiere mit Hilfe von Zirkel und Lineal die Mittelsenkrechte der Strecke $\overline{AB}$. Konstruiere mit Hilfe des Geodreiecks ein Dreieck ABC mit $\alpha = 25°$, $c = 4$ cm, $h_c = 1{,}5$ cm.
Skizzieren **I-II**	Grafische Darstellung der wesentlichen Eigenschaften eines Objektes, auch Freihandskizze möglich.	Skizziere den Verlauf des Graphen. Skizziere die Figur, die im Text beschrieben wird.
Vergleichen **II-III**	Nach vorgegeben oder selbst gewählten Gesichtspunkten Gemeinsamkeiten, Ähnlichkeiten und Unterschiede ermitteln und darstellen.	Vergleiche Umfang und Flächeninhalt der drei Figuren.

Arbeitsaufträge	**Definitionen**	**Beispiele**
Zeichnen **I-II**	Sorgfältige Anfertigung einer grafischen Darstellung.	Zeichne den Graphen der Funktion.
Zeigen, nachweisen **III**	Eine Aussage, einen Sachverhalt nach gültigen Schlussregeln, Berechnungen, Herleitungen oder logischen Begründungen bestätigen.	Zeige, dass das betrachtete Viereck ein Drachenviereck ist.

2 Aufgaben

Die folgenden Aufgabenbeispiele für zentrale schriftliche Prüfungen zum Realschulabschluss im Fach Mathematik werden entsprechend den *Regelungen für die zentralen schriftlichen Prüfungsaufgaben* in zwei Aufgabenformaten vorgestellt: Aufgaben, die ohne den Einsatz des Taschenrechners bearbeitet werden sollen, und Aufgaben, zu deren Lösung der Einsatz des Taschenrechners vorgesehen ist.

Die schriftliche Prüfung dauert 135 Minuten (3 Unterrichtsstunden), es sind insgesamt 100 Punkte zu erreichen.

Der Aufgabenteil I (ohne Taschenrechner) ist in 45 Minuten, einem Drittel der zur Verfügung stehenden Arbeitszeit, zu bearbeiten. Dementsprechend wird ihm etwa ein Drittel der Gesamtpunktzahl zugeordnet (34 von 100 Punkten).

Für den zweiten Aufgabenteil II, der aus 3 Prüfungsaufgaben besteht und bei dem der Einsatz des Taschenrechners vorgesehen ist, stehen danach zwei von drei Unterrichtsstunden, also insgesamt 90 Minuten (30 Minuten pro Aufgabenteil) zur Verfügung. Dementsprechend werden ihm etwa zwei Drittel der Gesamtpunktzahl zugeordnet (3-mal jeweils 22 Punkte = 66 Punkte). Die 3 Aufgaben im zweiten Aufgabenteil können gegebenenfalls auch in Teilaufgaben, die unabhängig voneinander sind, vorgelegt werden.

Die Aufgabenbeispiele enthalten neben der Aufgabenstellung den Erwartungshorizont (die erwartete Schülerleistung) und Vorschläge für eine mögliche Bewertung.

Für die Bewertung der Gesamtleistung der schriftlichen Prüfung gilt die folgende Zuordnungstabelle:

Erreichte Gesamtpunktzahl	Bewertung
≥ 90 Punkte	1
≥ 85 Punkte	1-
≥ 80 Punkte	2+
≥ 75 Punkte	2
≥ 70 Punkte	2-
≥ 65 Punkte	3+
≥ 60 Punkte	3
≥ 55 Punkte	3-
≥ 50 Punkte	4+
≥ 45 Punkte	4
≥ 40 Punkte	4-
≥ 33 Punkte	5+
≥ 26 Punkte	5
≥ 20 Punkte	5-
< 20 Punkte	6

Bewertungskriterien für die Noten „gut“ und „ausreichend“

Die Note „gut“ („2“) kann nur erteilt werden, wenn mindestens 75 % der erreichbaren Gesamtleistung erbracht wurden.

Die Note „ausreichend“ („4“) kann nur erteilt werden, wenn mindestens 45 % der erreichbaren Gesamtleistung erbracht wurden.

Die **Note „ausreichend“** für den **Hauptschulabschluss** kann nur erteilt werden, wenn mindestens 30 % der erreichbaren Gesamtleistung erbracht wurden.

2.1 Aufgaben, die ohne Einsatz des Taschenrechners bearbeitet werden

2.1.1 Beispiel für eine Prüfungsaufgabe

1. Multiple-choice-Aufgaben

Lösung S. 73

Gib die richtigen Lösungen (A, B, C oder D) in der letzten Spalte an.

Aufgabe	A	B	C	D	Lösung
a) $\frac{3}{4}\cdot 16 = \ldots$	$\frac{48}{64}$	$\frac{3}{48}$	8	12	
b) $0{,}08 \cdot 300 = \ldots$	24	240	2,4	0,24	
c) 2,5 h = … min	125 min	250 min	150 min	84 min	
d) $\frac{1}{4}$ m = … cm	25 cm	0,75 cm	0,25 cm	75 cm	
e) 24 km = … m	2400 m	24 000 m	240 m	0,24 m	
f) $\frac{3}{4}$ = …	25 %	0,75 %	75 %	0,25	
g) $22 \cdot 18 = 11 \cdot \ldots$	35	27	9	36	
h) Um welchen Faktor ändert sich das Volumen eines Zylinders, wenn der Radius verdoppelt wird?	2	4	6	8	
i) Addiert man zu einer Zahl $3\frac{2}{5}$, so erhält man $7\frac{1}{2}$. Wie heißt die Zahl?	$4\frac{1}{10}$	$10\frac{3}{7}$	$4\frac{1}{3}$	$3\frac{9}{10}$	
j) $3^2 : 3^3 = \ldots$	9	3	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	
k) $2 \cdot (x - 6) =$	$2x - 12$	$x - 8$	$x - 12$	$2x - 6$	
l) Welche Gleichung gehört zu folgendem Zahlenrätsel? Addiert man zum 4-fachen einer Zahl das 6-fache einer zweiten, so erhält man 6.	$4x + 6y = 6$	$4+x+6+y = 6$	$\frac{4}{x} \cdot \frac{6}{y} = 6$	$x + y = 6$	
m) Von 4 Gefäßen wird der Rauminhalt bestimmt. In welches Gefäß passt am meisten hinein?	40 l	400 cm³	4 m³	0,4 dm³	
n) Ein Fahrzeug legt in fünf Minuten einen Weg von 6 km zurück. Wie hoch ist seine (Durchschnitts-) Geschwindigkeit?	$30\frac{\text{km}}{\text{h}}$	$48\frac{\text{km}}{\text{h}}$	$60\frac{\text{km}}{\text{h}}$	$72\frac{\text{km}}{\text{h}}$	

Aufgabe	A	B	C	D	Lösung
o) Ein Geschäftsmann konnte seinen Gewinn im letzten Jahr um 8 % steigern. Der Mehrgewinn betrug 4000 €. Wie hoch war sein Gewinn im Jahr zuvor?	50 000 €	320 €	5 000 €	32 000 €	

2. Deowirkung

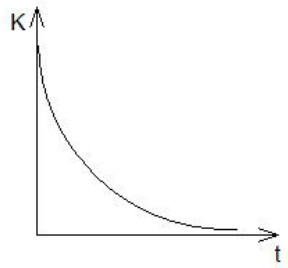
Lösung S. 74

Die Werbung für ein neues Deodorant verspricht:

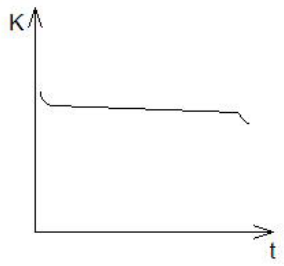
„Anhaltend frischer Duft den ganzen Tag“.

Entscheide, welche dieser grafischen Darstellungen dem Werbeslogan entspricht.
Begründe deine Entscheidung.

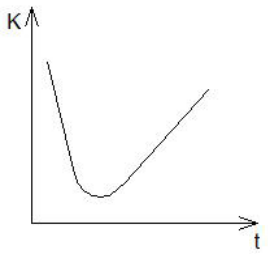
a)



b)



c)



(*K*: Wirkstoffkonzentration, *t*: Wirkungsdauer)

Schreibe deine Entscheidung (a), b) oder c) auf: _____

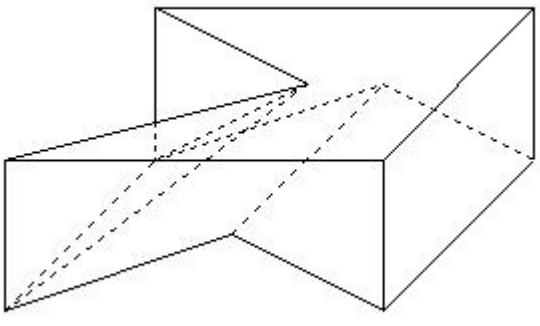
Begründung: _____

_____

_____

3. Flächenanzahl und Flächenarten

Gib an, wie viele Flächen von welcher Art das Werkstück in der Abbildung enthält.



_____

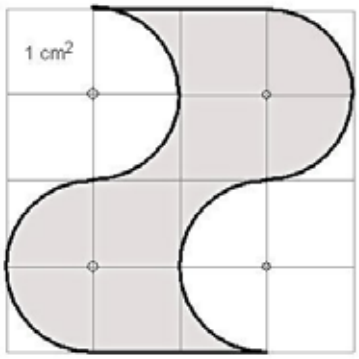
_____

_____

_____

4. Flächeninhalt bestimmen

Bestimme den Flächeninhalt der fett umrandeten Figur.
Platz für deinen Lösungsweg *(du darfst auch die Abbildung beschriften)*:



_____

_____

_____

_____

_____

5. Planetenentfernungen

Planet	**Venus**	**Mars**	**Merkur**	**Jupiter**
Entfernung der Planetenbahn von der Erdbahn (in Mio. km)	38,32	45,5	80	588
Zehnerpotenzschreibweise 1 Ziffer vor dem Komma				

Gib die Entfernungen in Kilometern in Zehnerpotenzschreibweise mit einer Ziffer vor dem Komma (wissenschaftliche Notation) an.

6. Quadratische Ergänzung

a) Gib die quadratische Ergänzung und den Klammerausdruck an:

$x^2 - 5x +$ _____ $=$ (_____)^2

b) Der Graph der Funktion mit dem in a) ergänzten Term ist eine Parabel.

Gib die Koordinaten des Scheitelpunkts an: S (_____ | _____)

2.1.2 Beispiele für Teilaufgaben zum Prüfungsteil I

1. Buchstabenrätsel

Lösung S. 74

$$\begin{array}{cccc} & T & H & I & S \\ + & & & I & S \\ \hline & H & A & R & D \end{array}$$

In dieser Summe stellt jeder Buchstabe eine der Ziffern 0, 1, …, 9 dar, gleiche Buchstaben stellen die gleiche Ziffer dar.

a) Begründe, dass der Buchstabe I eine der Ziffern 5, 6, 7, 8, 9 darstellen muss.

b) Welche Ziffer(n) kann H darstellen? Begründe deine Antwort.

c) Welche Ziffer(n) kann T darstellen? Begründe deine Antwort.

d) Gib zwei mögliche Lösungen für die Summe an.

2. Teilbarkeitsbehauptungen

Lösung S. 75

7, 8, 9 und 110, 111, 112 sind Beispiele für Folgen mit drei aufeinander folgenden Zahlen.

Entscheide, ob die Behauptungen a), b), c) für alle denkbaren solcher Folgen jeweils wahr oder falsch sind:

a) In jeder solchen Folge gibt es eine Zahl, die durch 3 teilbar ist.

b) Das Produkt aller Zahlen einer solchen Folge ist durch 6 teilbar.

c) Das Produkt aller Zahlen einer solchen Folge ist durch 4 teilbar.

3. Druckerei

Lösung S. 75

Ein Druckereiladen druckt unter anderem auch Postkarten und berechnet die Kosten für das Drucken von Postkarten mit der folgenden Formel:

$$K = \frac{20\,000}{n} + 6\,.$$

Dabei ist n die Anzahl der zu druckenden Postkarten, K die Kosten pro Postkarte in Cent.

a) Die Firma erhält einen Druckauftrag für (genau) 5000 Postkarten. Berechne den Preis einer Postkarte nach der angegebenen Formel.

b) Beschreibe, wie sich die Druckkosten für eine Karte ändern, wenn die Druckauflage steigt, also mehr Karten gedruckt werden.

c) Entscheide, ob eine Postkarte 6 Cent kosten kann, wenn obige Formel als Berechnungsgrundlage verwendet wird. Begründe deine Antwort.

d) Interpretiere, welche Bedeutung in der angegebenen Formel die 6 (Cent) haben könnte.

4. Preisvergleich beim Rollerkauf

Lösung S. 76

a) Petra will einen Motorroller kaufen.
Bei zwei Händlern hat sie sich Preisangebote eingeholt. Sie möchte den Roller bar bezahlen.
Berechne, welcher Händler billiger ist.

Kawazuki
Peter

Rolli XZR
2250 €
bei Barzahlung
3 % Rabatt

Rollercenter
Paul

Rolli XZR
2199 €

b) Sie hat vor 2 Jahren einen Betrag von 2000 € zu einem Zinssatz von 5 % bei der Bank angelegt.
Berechne, ob das Geld für den Motorroller reicht.

5. Fehler mit Binomen

Lösung S. 76

Michael berechnet mit der ersten binomischen Formel:
$24^2 = (20+4)^2 = 400 + 160 + 16 = 576$ und schreibt seine Ergebnisse in eine Tabelle. Leider ist er in der Anwendung der binomischen Formeln nicht sehr sicher.

24^2	33^2	42^2	51^2	69^2
576	909	1604	2601	

a) Entscheide, ob die Ergebnisse richtig sind und gib im Falle eines Fehlers die korrekten Lösungen an.

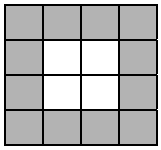
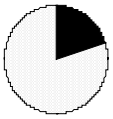
b) Beschreibe, welchen Fehler Michael vermutlich gemacht hat.

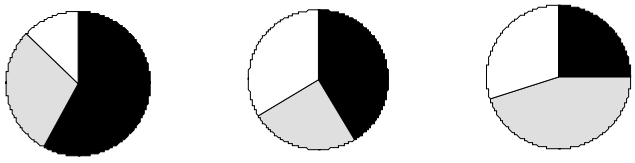
c) Michael berechnet jetzt auch noch 69^2. Dabei wendet er eine andere binomische Formel an, weil ihm dadurch das Kopfrechnen leichter fällt.
Gib diese binomische Formel an, und berechne mit ihrer Hilfe das Ergebnis von 69^2.

6. Prozentaufgaben

Lösung S. 76

Gib die richtige Lösung in der rechten Spalte an.
Falls du Lösungsskizzen benötigst schreibe sie neben die jeweilige Aufgabe.

<table>
<tr><th>Aufgabe</th><th>Lösung</th></tr>
<tr><td>a) Welcher Anteil der gesamten Fläche ist grau?
  </td><td></td></tr>
<tr><td>b) α = 72 ° Wie viel % der Kreisfläche sind schwarz?
  </td><td></td></tr>
<tr><td>c) Der Preis einer Hose, die 60 € kostet, wird um 20 % gesenkt. Welchen Preis hat die Hose nun?</td><td></td></tr>
<tr><td>d) Bei der Bürgermeisterwahl gab es folgendes Ergebnis:
<table><tr><td>Kandidat A</td><td>Kandidat B</td><td>Kandidat C</td></tr><tr><td>798 Stimmen</td><td>395 Stimmen</td><td>1193 Stimmen</td></tr></table>Wie viel Prozent der Wahlteilnehmer wählten Kandidat C?</td><td></td></tr>
<tr><td>e) Mehr als sieben Millionen Menschen verunglücken jedes Jahr bei Unfällen.
Unfallrisiko Nr.1: Freizeit und Haushalt 58 %
Beruf 29 %
Verkehr 13 %

Welches Diagramm stellt diesen Sachverhalt dar?
 
(1) (2) (3)</td><td></td></tr>
</table>

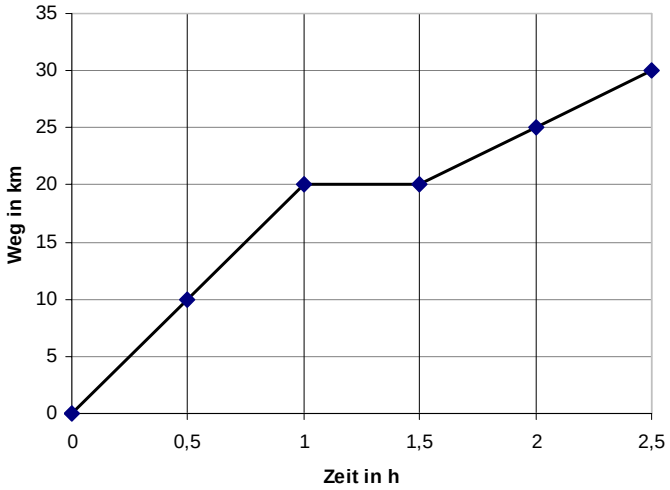
7. Fahrradtour

Lösung S. 77

Das Diagramm beschreibt den Verlauf einer Fahrradtour.

a) Gib an, welche Streckenlänge bis zur Pause zurückgelegt wurde.

b) Gib an, wie lange die Pause dauerte.



8. Benzinverbrauch

Lösung S. 77

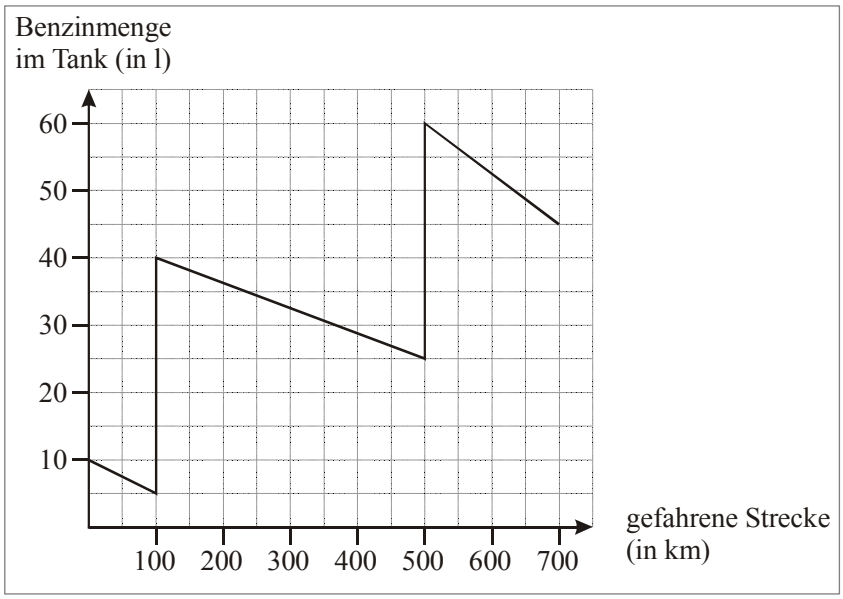
Der Graph zeigt die Tankfüllung eines (wenig Benzin verbrauchenden) Pkws während einer Autobahnfahrt an.

a) Gib an, welche Strecke seit Antritt der Fahrt bis zum ersten Tankstopp zurückgelegt wurde.

b) Gib an, wie viele Liter Benzin beim ersten Tanken gekauft wurden.

c) Gib den Benzinverbrauch pro 100 km an,
zunächst vor dem ersten Tankauffüllen und dann zwischen dem ersten und zweiten Tankauffüllen.

d) Berechne den Benzinverbrauch pro 100 km für die Gesamtstrecke.

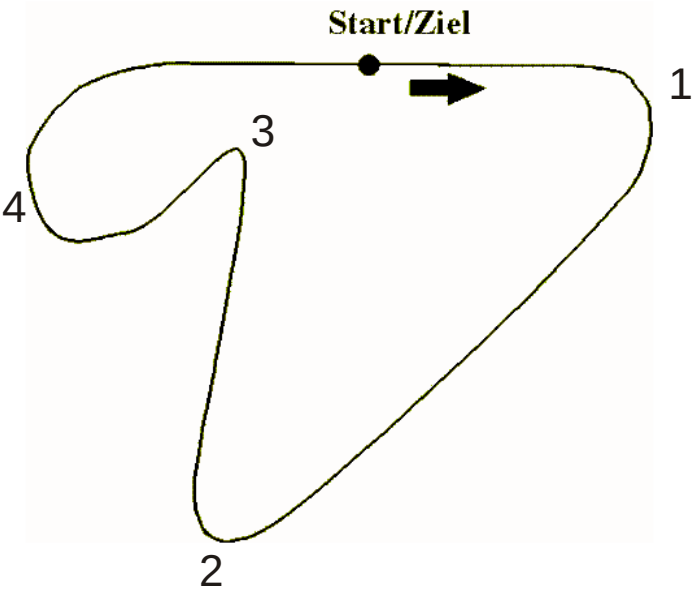


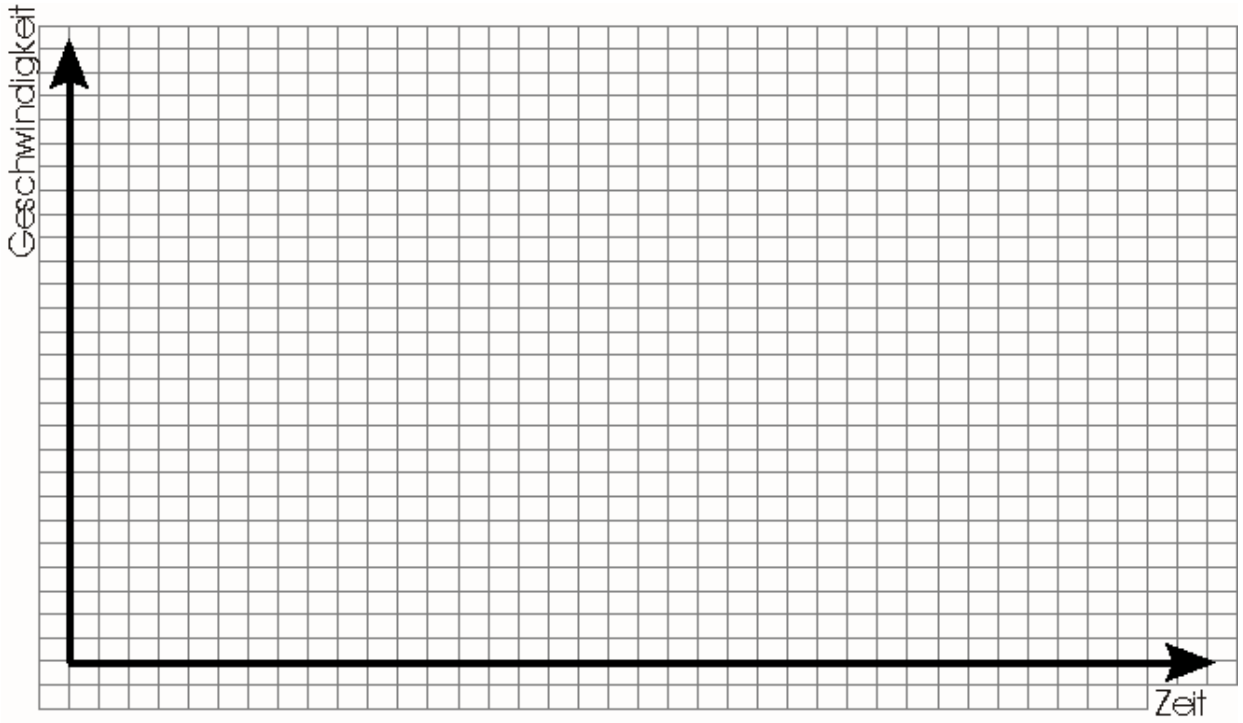
9. Autorennen

Lösung S. 78

Die Rennstrecke eines Grand-Prix-Rennens ist normalerweise nicht so einfach wie nebenstehende Skizze, doch die Skizze gibt das Prinzip wieder.

Zeichne einen Graphen, der die Geschwindigkeit eines Rennwagens in der ersten Runde in Abhängigkeit von der Zeit zeigt und begründe den Verlauf deines Graphen.

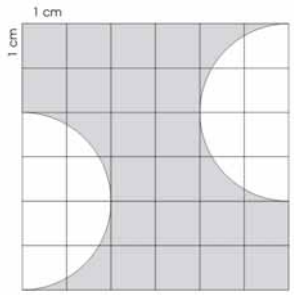




10. Fläche bestimmen

a) Bestimme den Flächeninhalt der grau markierten Figur.

b) Bestimme den Flächeninhalt der grau markierten Figur, wenn die Kantenlänge eines kleinen Quadrats jetzt nicht mehr 1 cm beträgt, sondern variabel ist.

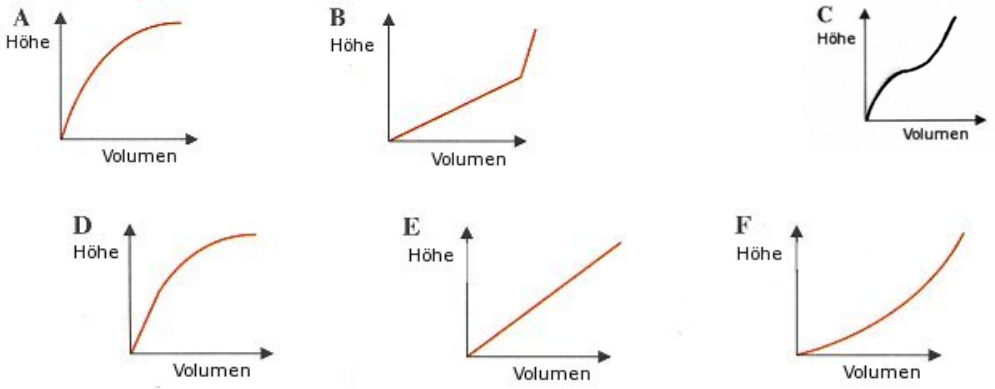


11. Graphen zu Gefäßen zuordnen

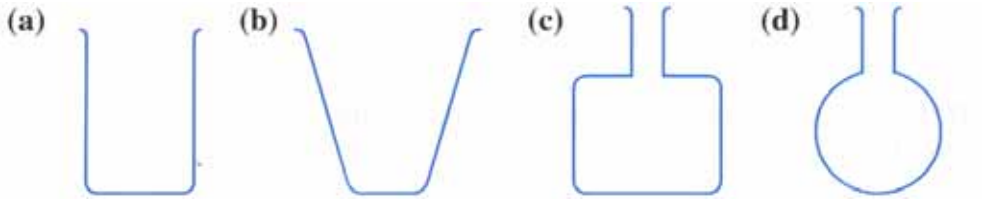
Lösung S. 79

Nachstehend folgen einige Graphen, die einen Zusammenhang zwischen dem Volumen und der Höhe des Flüssigkeitsstands in Gefäßen beschreiben.

Nenne zu jedem Gefäß (a), (b), (c), (d) einen der Graphen (A) - (F), der den Zusammenhang zwischen Höhe der Flüssigkeit und Volumen am besten beschreibt.
Begründe deine Entscheidung jeweils kurz!



Und das sind die Gefäße, die bis zum Rand gefüllt werden sollen:



Ein Messbecher | Eine Vase | Eine Flasche | Ein Parfümflakon

Gefäß	(a) Messbecher	(b) Vase	(c) Flasche	(d) Flakon
Graph eintragen				

2.2 Aufgaben, die mit Hilfe des Taschenrechners bearbeitet werden

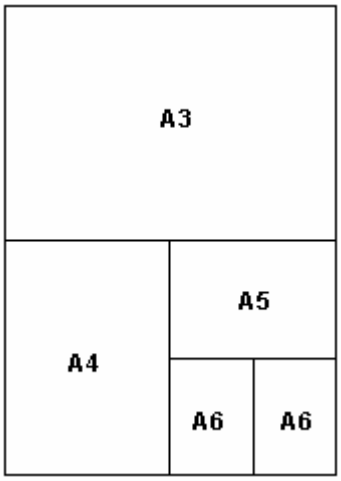
Idee der Zahl

1. DIN-Formate

Lösung S. 80

In dieser Aufgabe geht es um die vom Deutschen Institut für Normung (DIN) festgelegten Papierformate der Reihe A.

Wie die Formate miteinander zusammenhängen, zeigt die nebenstehende Abbildung. Das größte Rechteck stellt das Format A2 dar.



a) Eine DIN-A3-Seite soll mit einem Fotokopierer auf DIN-A6-Format verkleinert werden.
Gib an, welchem Flächenverhältnis das entspricht und begründe deine Angabe.

b) Eine Vorlage im Format DIN-A8 soll mit einem Fotokopierer auf den vierfachen Flächeninhalt vergrößert werden.
Gib an, welchem DIN-Format die Vergrößerung entspricht.

c) Das größte Blatt der Reihe A hat das Format DIN-A0. Es soll auf DIN-A6-Größe gefaltet werden. Berechne, wie viele Lagen Papier am Ende übereinander liegen.

d) Die Kantenlängen jedes DIN-A-Blattes verhalten sich zueinander wie $\sqrt{2} : 1$. Ein DIN-A0-Blatt hat eine Fläche von 1 m^2.
Berechne die Seitenlängen eines DIN-A0- und eines DIN-A4-Blattes in mm.

e) Ein DIN-A3-Blatt soll mit einem Fotokopierer auf DIN-A4-Format verkleinert werden. Berechne, auf wie viel Prozent die Anzeige des Fotokopierers eingestellt werden muss.

Idee der Zahl

2. Lichtgeschwindigkeit

Lösung S. 81

In dieser Aufgabe geht es um die Lichtgeschwindigkeit:
Sie beträgt $c = 2{,}9979 \cdot 10^5$ km/s (km pro Sekunde)

a) Bestimme die Länge der Strecke in km, die das Licht in einer Stunde zurücklegt, im Überschlag. Beschreibe, wie du gerundet hast und warum.

b) Berechne die Länge der Strecke in km, die das Licht in einer Stunde zurücklegt, mit Taschenrechnergenauigkeit!

c) Da diese Strecke unvorstellbar groß ist, kann ein Vergleich mit anderen sehr großen Strecken nützlich sein.
Beschreibe den Wert aus Aufgabenteil a) oder b) mithilfe der Entfernung Sonne – Erde, die etwa $1{,}5 \cdot 10^8\, km$ beträgt.

d) Berechne, um wie viel Prozent der Überschlagswert von dem mit Taschenrechner berechneten Wert abweicht.

e) Die Entfernung Sonne – Erde beträgt ca. $1{,}5 \cdot 10^8\, km$.
Beurteile die Aussage: „Der Sonnenrand ist schon fast 10 Minuten über dem Horizont, wenn wir die ersten Strahlen sehen."
Hinweis: Der Einfluss durch Brechung der Lichtstrahlen in der Atmosphäre bleibt hier unberücksichtigt.

Idee der Zahl

3. Autokauf

Lösung S. 81

Beim Kauf eines Autos stellt sich oft die Frage, ob man ein Fahrzeug mit einem Benzin- oder mit einem Dieselmotor kaufen soll.

Schaut man sich die Kosten an, die in einem Jahr entstehen, so kann das eine Hilfe bei der Auswahl zwischen einem Benzin- oder Dieselmotor sein.

Eine Autozeitschrift gibt für einen bestimmten Autotyp folgende Zahlen an:

	Auto mit Benzinmotor	Auto mit Dieselmotor
jährliche Festkosten*)	2 291,40 €	2 770,80 €
durchschnittlicher Kraftstoffverbrauch auf 100 km	6,8 Liter	5,3 Liter

*) Festkosten sind z. B. Steuer, Versicherung, Ölwechsel, Reparaturen

a) Im November 2004 kostete 1 Liter Benzin 1,19 € und ein Liter Diesel 1,05 €.
Fülle die nachfolgende Tabelle aus.

jährlich gefahrene Strecke	Benzinmotor: jährliche Kraftstoffkosten	Benzinmotor: jährliche Gesamtkosten (Kraftstoffkosten + Festkosten)	Dieselmotor: jährliche Kraftstoffkosten	Dieselmotor: jährliche Gesamtkosten (Kraftstoffkosten + Festkosten)
10 000 km				
20 000 km				
30 000 km				

b) Gib an, bei welchen jährlich gefahrenen Strecken aus der Tabelle in der Anlage die jährlichen Gesamtkosten für ein Dieselfahrzeug günstiger sind.

c) Berechne, wie viel Geld beim Vergleich der Gesamtkosten bei einer jährlichen Fahrleistung von 30 000 km mit einem Dieselauto pro Jahr gespart werden kann.

d) Berechne, ab welcher jährlichen Fahrleistung ein Dieselfahrzeug niedrigere Gesamtkosten hat als ein Benzinfahrzeug.

e) Ein Neuwagen mit Benzinmotor kostet 17 275 €, ein Neuwagen mit Dieselmotor ist teurer und kostet 18 350 €.
Herr Timm will sich einen neuen Dieselwagen kaufen. Pro Jahr fährt er durchschnittlich 30 000 km. Berechne, nach wie vielen Jahren Herr Timm die Mehrkosten ungefähr ausgeglichen hat.

f) Herr Timm hat vor genau drei Jahren 12 000 € auf ein Sparbuch mit einem Zinssatz von 2,7 % eingezahlt.
Bestimme, wie viel Geld Herr Timm noch dazulegen muss, um sich jetzt seinen neuen Dieselwagen kaufen zu können.

Aus Realschulabschlussprüfung Hamburg 2005, Haupttermin.

Idee der Zahl

4. Planeten

Lösung S. 82

Die Planeten Erde und Mars bewegen sich auf elliptischen Bahnen (in nahezu der gleichen Ebene) um die Sonne. Zur Vereinfachung gehen wir im Folgenden von Kreisbahnen aus.

Die Erde ist durchschnittlich 150 000 000 km von der Sonne entfernt. Der Mars ist von der Sonne durchschnittlich rund 230 000 000 km entfernt. Eine nichtmaßstäbliche Skizze findest du auf dem beigefügten Arbeitsblatt.

a) Zeichne in die Skizze auf dem Arbeitsblatt
   - die Stellung des Planeten Mars in der kleinsten Entfernung zur Erde mit einem dicken Punkt ein und bezeichne ihn mit M_1
   - die Stellung des Planeten Mars in der größten Entfernung zur Erde wieder mit einem dicken Punkt ein und bezeichne ihn mit M_2.

b) Berechne
   - die kleinste Entfernung zwischen Mars und Erde.
   - die größte Entfernung zwischen Mars und Erde.

c) Zu einem bestimmten Zeitpunkt haben die Planeten Mars und Erde einen Abstand von 150 000 000 km. Berechne, wie lange zu diesem Zeitpunkt ein Funksignal von der Erde bis zum Mars unterwegs ist. Funksignale breiten sich mit der Lichtgeschwindigkeit von rund 300 000 Kilometer pro Sekunde aus.

d) Die Abstandsverhältnisse der Planeten sollen auf einem Schulhof dargestellt werden. Dabei soll der Mittelpunkt des Sonnenmodells 20 m vom Mittelpunkt des Erdmodells entfernt sein. Berechne den Abstand des Mittelpunkts des Sonnenmodells bis zum Mittelpunkt des Marsmodells.

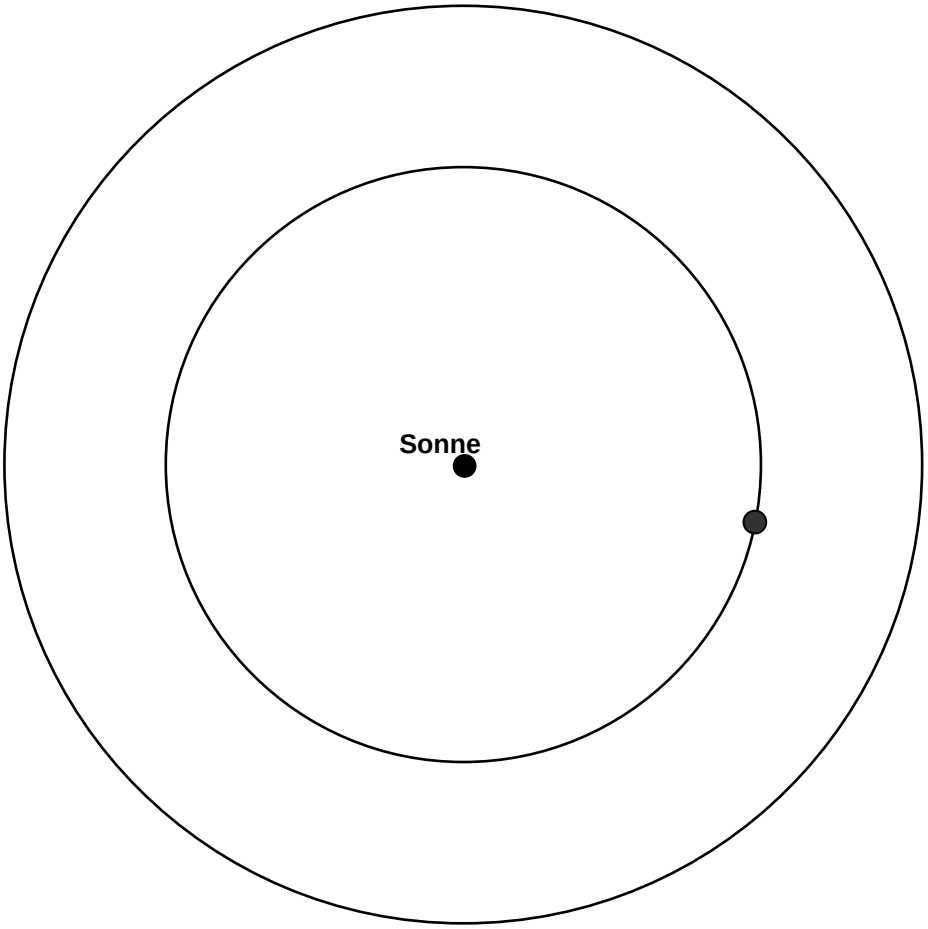
e) Der Erddurchmesser beträgt etwa 12 760 km, der Sonnendurchmesser etwa 1 392 000 km. Für das Modell der Erde wird eine Kugel mit einem Durchmesser von 2 cm gewählt. Beurteile, ob ein aufgeblasener Luftballon mit einem größtmöglichen Durchmesser von 1 m ausreichen würde, um ein maßstabsgerechtes Sonnenmodell zu erstellen.

f) Wie oft würde das Volumen der Erde in das Volumen der Sonne „passen“? Begründe durch Rechnung.

Aus Realschulabschlussprüfung Hamburg 2005, Zweittermin.

Arbeitsblatt zur Aufgabe „Planeten“, Aufgabenteil a)

Name: _____ Klasse: _____



Idee der Zahl und des Messens

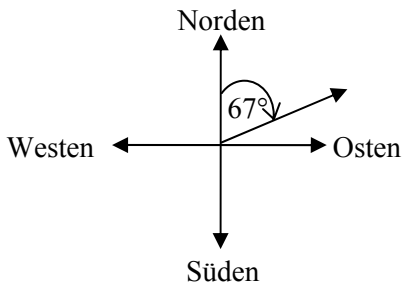
5. Auf hoher See

Lösung S. 84

Der Kurs eines Schiffes wird als Winkel zwischen Nordrichtung und (rechtsdrehend) der Fahrtrichtung angegeben.

Kurs 0° bedeutet, das Schiff fährt genau nach Norden.
Kurs 90° bedeutet, das Schiff fährt genau nach Osten.

Im Beispiel (siehe Abbildung rechts) fährt das Schiff Kurs 67°.



a) In der Anlage 1 sind die Fahrtrichtungen von zwei Schiffen dargestellt. Miss jeweils die Winkel und gib den Kurs der Schiffe an.

b) Zeichne die Fahrtrichtungen von zwei Schiffen mit folgenden Kursen:

- Kurs 270°
- Kurs 210°

Gib den Winkel an, der dem Kurs Südost entspricht.

c) Die Strecke, die ein Schiff zurücklegt, wird in Seemeilen (sm) angegeben.

$$1 \text{ sm} = 1{,}852 \text{ km}$$

Ein Schiff legt in einer Stunde 15 sm zurück. Berechne, wie viele Seemeilen das Schiff in $8\frac{1}{2}$ Stunden zurücklegt. Gib dein Ergebnis auch in Kilometern an.

d) Ein Küstenmotorschiff fährt auf der Nordsee mit Kurs 106° und legt dabei 12 Seemeilen pro Stunde zurück. Die Navigationsanlage ist ausgefallen, so dass andere Mittel der Positionsbestimmung herangezogen werden müssen.

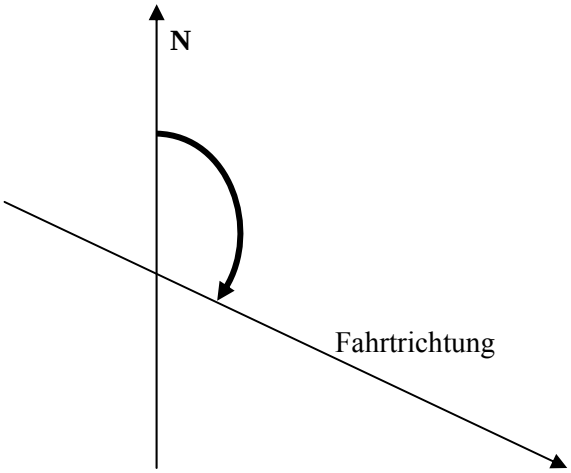
Der Kapitän peilt um 21.30 Uhr in Position *A* den Leuchtturm *L* auf der Insel Helgoland unter einem Winkel von 69° zur Nordrichtung an. Um 21.52 Uhr beträgt der Peilwinkel in Position *B* 25°.
Bestimme die Entfernung des Schiffes vom Leuchtturm zum Zeitpunkt der zweiten Messung.
Hinweis: Bestimme zunächst die Winkel im Dreieck ABL.
[Zur Kontrolle $|BL| \approx 3{,}8 \text{ sm}$.]

e) Das Schiff fährt mit gleich bleibender Geschwindigkeit in gleicher Richtung weiter. Bestimme, um welche Uhrzeit das Leuchtfeuer genau in Nordrichtung angepeilt wird.

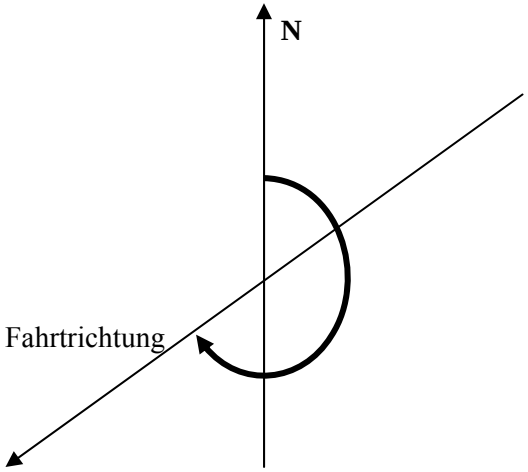
Aus Realschulabschlussprüfung Hamburg 2006, Zweittermin.

Anlage zur Aufgabe „Auf hoher See“

Zu II a:



Kurs des Schiffes: _____



Kurs des Schiffes: _____

Zu II b:

Zeichne die Fahrtrichtung eines Schiffes mit dem Kurs 270°.	Zeichne die Fahrtrichtung eines Schiffes mit dem Kurs 210°.

Kurs Südost entspricht einem Winkel von _____.

Idee der Zahl und des Messens

6. Zimmersuche

Lösung S. 87

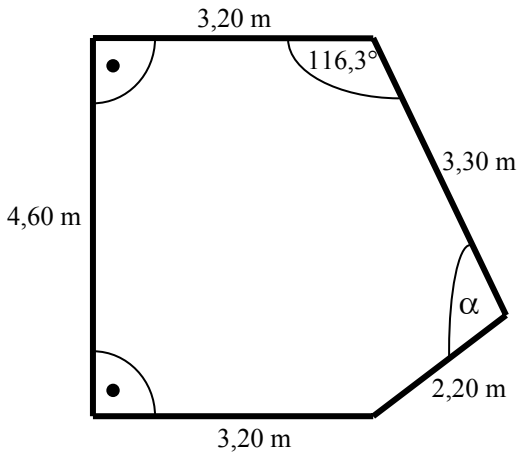
Jens sucht mit zwei Studienfreunden eine Wohnung. Im Internet wird eine Drei-Zimmer Wohnung in einem Neubau zur Vermietung angeboten. Sie ist 72 m² groß. Der Mietpreis beträgt 540 € im Monat. Hinzu kommen monatliche Nebenkosten (z.B. für Strom, Wasser und Müll) in Höhe von 108 €.

a) Berechne den Mietpreis pro Quadratmeter einschließlich der Nebenkosten.

b) Die Freunde beschließen, sich die monatliche Miete einschließlich der Nebenkosten zu teilen. Berechne, wie viel jeder zu zahlen hätte.

c) Bei der Besichtigung der Wohnung erfahren sie, dass noch weitere 108 € pro Monat für Heizung und Kabelfernsehen bezahlt werden müssen. Außerdem sind die drei Zimmer unterschiedlich groß, nämlich ungefähr 18 m², 24 m² und 15 m². Die restliche Wohnfläche entfällt auf Küche, Bad und Flur, die gemeinsam genutzt werden sollen.
Berechne nun die anteilige Monatsmiete unter Berücksichtigung der Zimmergröße.

d) Jens hat sich das abgebildete Zimmer ausgesucht. Bestimme, welches der drei Zimmer er gewählt hat. Begründe durch Rechnung.
Entscheide durch Rechnung, ob der Winkel α ein rechter Winkel ist (Skizze ist nicht maßstabsgerecht!)



e) Jens hält viel von Lebensplanung. Angeregt durch eine plötzliche Erbschaft in Höhe von 27 000 € möchte er sich nach Abschluss seines Studiums in 6 Jahren eine vergleichbare Wohnung kaufen.

Er rechnet dann mit einem Kaufpreis von 120 000 €. Beim Kauf möchte er ein Drittel des Kaufpreises an eigenem Geld aufbringen, der Rest soll durch Bankdarlehen finanziert werden. Um den Eigenanteil von einem Drittel anzusparen, möchte er den Betrag von 27 000 € für 6 Jahre bei der Bank anlegen.

Der Zinssatz, den Banken ihren Kunden gewähren, liegt derzeit zwischen 4 % und 5 % pro Jahr. Beurteile danach die Erfolgsaussichten für Jens' Vorhaben.

Aus Realschulabschlussprüfung Hamburg 2006, Haupttermin

Idee des Messens

7. Toca-Tola

Lösung S. 89

Eine Getränkedose hat einen Durchmesser von 6 Zentimetern und ist 12 Zentimeter hoch. Erfahrungsgemäß sind Getränkedosen zu 98,2 Prozent mit dem jeweiligen Getränk gefüllt.

a) Berechne das Volumen der Dose und zeige, dass die Dose mit etwa 333 cm³ des Getränks gefüllt ist. Gib das Ergebnis auch in Litern an.

b) Für die Produktion von Getränkedosen wird Weißblech verwendet. Berechne, wie viel cm² Weißblech für die Produktion einer Dose benötigt werden (Verschnitt, Falze und die übliche Wölbung der Bodenfläche bleiben unberücksichtigt).

c) Ärgerlich ist es, wenn ein Strohhalm wegen zu geringer Länge in die Dose rutschen kann. Berechne, wie lang ein Strohhalm mindestens sein müsste, damit er nicht in die Dose rutschen kann. Begründe deine Antwort.
In welcher Länge würdest du Strohhalme für diese Dosengröße herstellen, damit man das Getränk „bequem“ aus der Dose trinken kann? Begründe deine Antwort.

d) Eine Szene-Bar serviert Tola in Gläsern, die die Form einer Halbkugel mit unten angesetztem Fuß haben (vergleiche. Abb. 2). Der Inhalt einer Dose würde dieses Glas randvoll füllen. Berechne den Radius des halbkugelförmigen Glases.

Abbildung 1

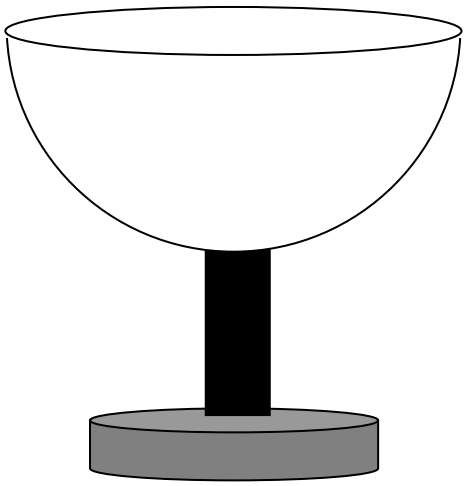


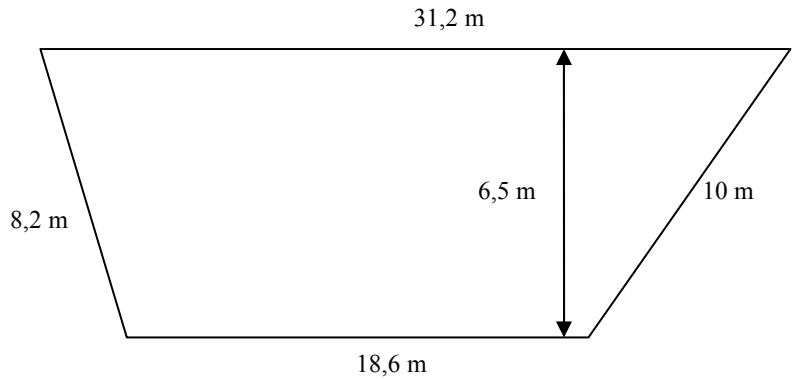
Abbildung 2

Idee des Messens

8. Spielplatz

Lösung S. 90

Ein Spielplatz hat auf Grund zweier Gräben die Form eines Trapezes entsprechend der nicht maßstäblichen Skizze.



Für die Erstellung werden noch einige Angaben gebraucht:

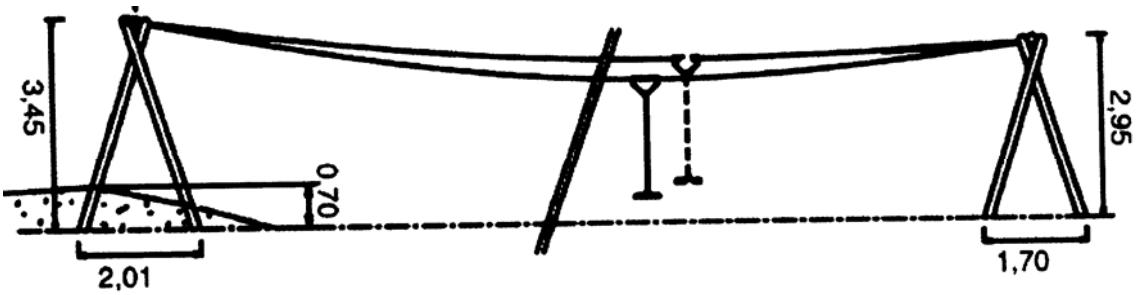
g) Um das Gelände soll ein Zaun errichtet werden. Der Zaun kostet pro Meter 24,50 €. An einer Stelle soll ein Tor mit einer Breite von 2,5 m eingebaut werden. Das Tor kostet 689 €.
Berechne die Gesamtkosten.

h) Berechne die Fläche des Spielplatzes.

i) Auf dem Spielplatz soll eine Seilbahn auf einer ebenen Fläche errichtet werden. Das günstigste Angebot besteht aus einem Komplettpaket, das durch die unten stehende Zeichnung beschrieben wird. Der Neigungswinkel der geraden Verbindung der beiden Befestigungspunkte darf höchstens 1,5° betragen, damit der Seilbahnwagen nicht zu schnell wird.

Es soll die Länge des Drahtseiles bestimmt werden. Erfahrungsgemäß ist ein entsprechendes Drahtseil etwa 12 % länger als die gerade Verbindungslinie der beiden Befestigungspunkte. Mache eine Skizze, in der die benötigten Strecken vorkommen, und bestimme die Länge des entsprechenden Seiles für den Neigungswinkel 1,5°.

Hinweis: Wenn Du die Länge der geraden Verbindungsstrecke nicht ausrechnen kannst, so kannst Du mit der (falschen) Länge 21 m weiterrechnen.

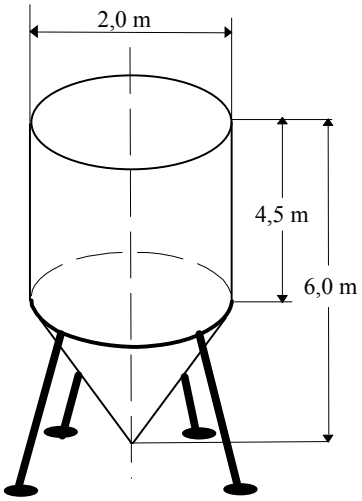


Idee des Messens

9. Wassertank

Lösung S. 91

In der nebenstehenden Abbildung ist ein Wassertank dargestellt.
(Abbildung nicht maßstabsgerecht)



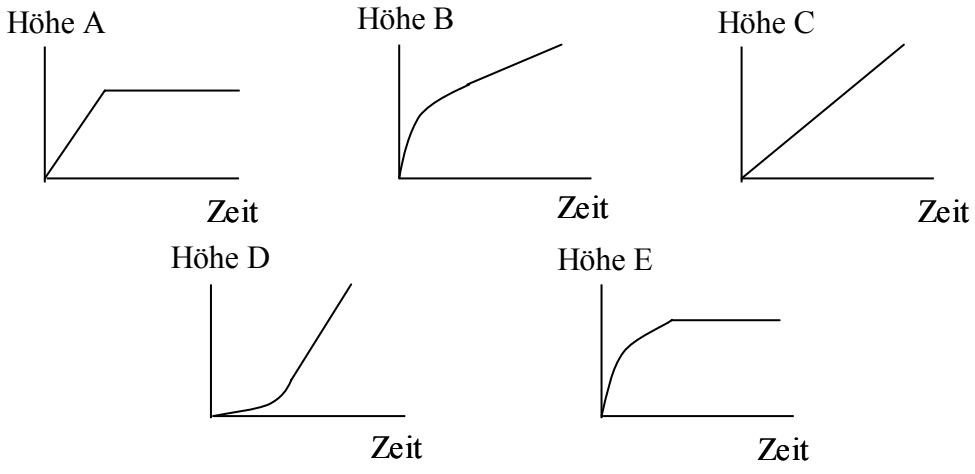
a) Der zylinderförmige Teil des Tanks soll von außen einen neuen Anstrich erhalten.
Berechne, wie viel Liter Farbe man braucht, wenn 1 Liter für 8 m^2 ausreicht.

b) Berechne durch Überschlag das Gesamtvolumen des Tanks und kreuze an.
Beschreibe, wie du vorgegangen bist.

- ❑ 5 m^3
- ❑ 15 m^3
- ❑ 35 m^3
- ❑ 45 m^3

c) Der spitze Teil des Tanks wird bis zu seiner halben Höhe mit Wasser gefüllt.
Berechne, wie viele Kubikmeter Wasser der Tank enthält.

d) Der leere Tank wird gleichmäßig mit Wasser gefüllt.
Gib an, welcher der folgenden Graphen zeigt, wie sich die Höhe des Wasserspiegels mit der Zeit ändert. Begründe deine Entscheidung.
Begründe für einen anderen Graphen, warum er **nicht** die Änderung beschreibt.



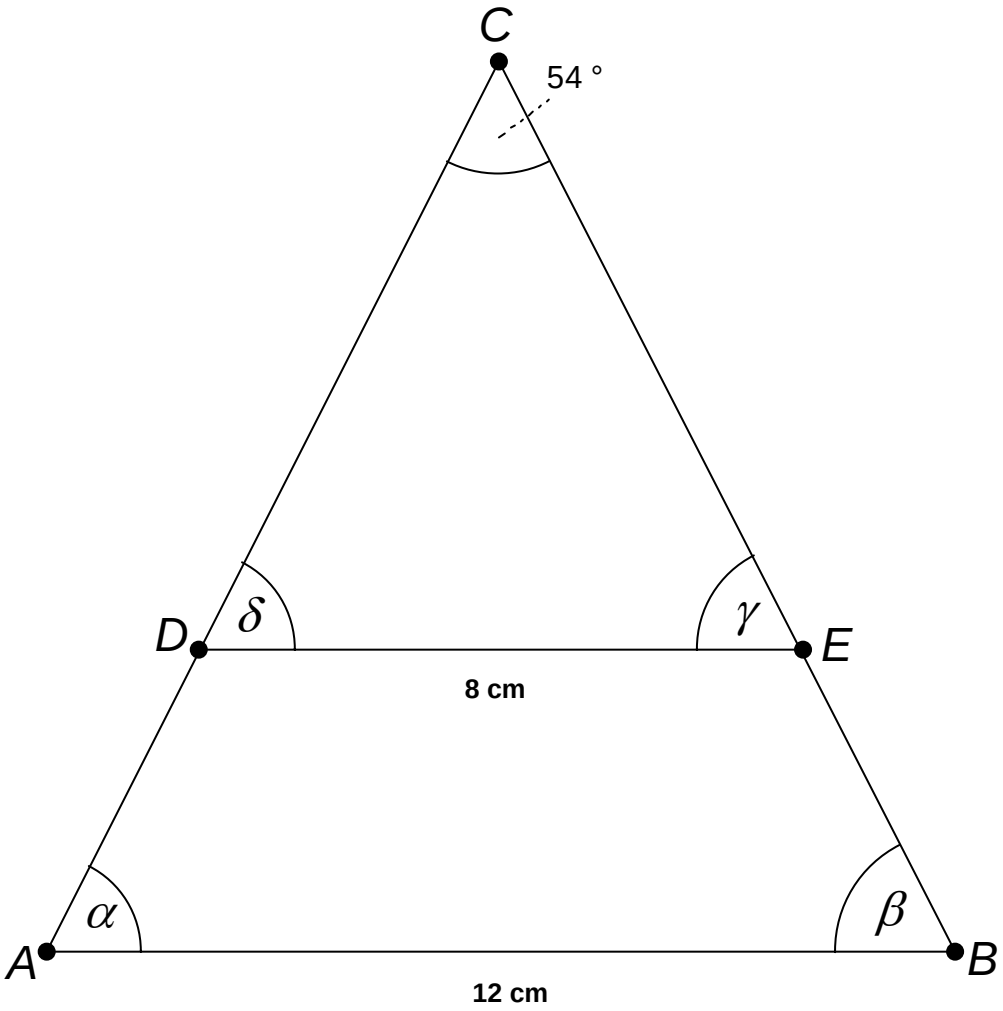
Quelle: Bearbeitete Version der Aufgabe aus den KMK-Bildungsstandards Mathematik Mittlerer Abschluss, 2003.

Idee des Messens

10. Dreieck

Lösung S. 91

Die Abbildung zeigt ein gleichschenkliges Dreieck *ABC*. Die Strecke $\overline{DE}$ ist parallel zur Strecke $\overline{AB}$.



a) Gib an, welche Figuren du in der Skizze erkennst.

b) Bestimme die Winkelgrößen von α, β, γ und δ.

c) Miss in der Zeichnung die Höhe des Vierecks *ABED* und berechne damit seinen Flächeninhalt.

d) Berechne die genaue Länge der gemessenen Höhe.

e) Bestimme den Umfang des Vierecks *ABED*.
Wenn du die Höhe nicht berechnen konntest, kannst du den gemessenen Wert benutzen.

f) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks *DEC*.

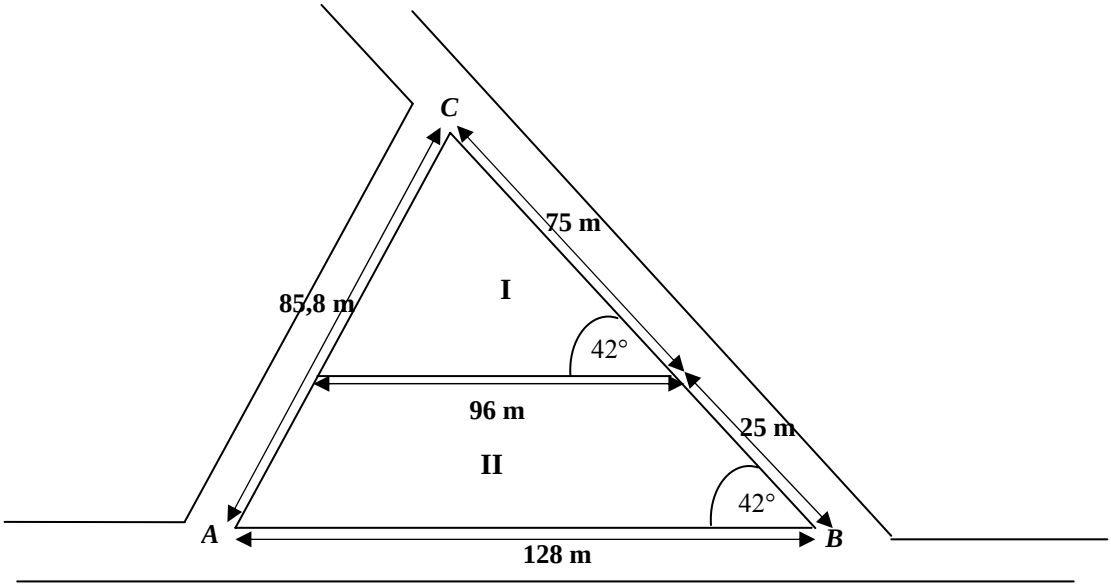
Aus Realschulabschlussprüfung Hamburg 2005, Zweittermin

Idee des Messens

11. Flurkarte

Lösung S. 93

Du siehst eine nicht maßstabsgerechte Skizze mit den Grundstücken I und II.



a) Um die beiden Grundstücke soll ein Zaun mit jeweils einem 3 m breiten Tor errichtet werden. Zusätzlich sollen die beiden Grundstücke durch einen weiteren Zaun voneinander getrennt werden. Berechne die Gesamtlänge aller Zäune.

b) Die Zaunkosten für die Außengrenzen betragen 14,25 € pro Meter, für die Grenze zwischen den beiden Grundstücken 9,85 € pro Meter. Ein Tor kostet 626,53 €. Berechne die Gesamtkosten.

c) Diesen Aufgabenteil sollst du nur in der Anlage bearbeiten.
Zeichne die Höhe von C auf die Seite $\overline{AB}$ ein. Der Fußpunkt der Höhe mit $\overline{AB}$ soll F heißen. Zeichne F ein.

d) Die Strecke $\overline{AF}$ ist 53,7 m lang. Zeige, dass die gezeichnete Höhe $\overline{CF}$ eine Länge von ungefähr 67 m hat.

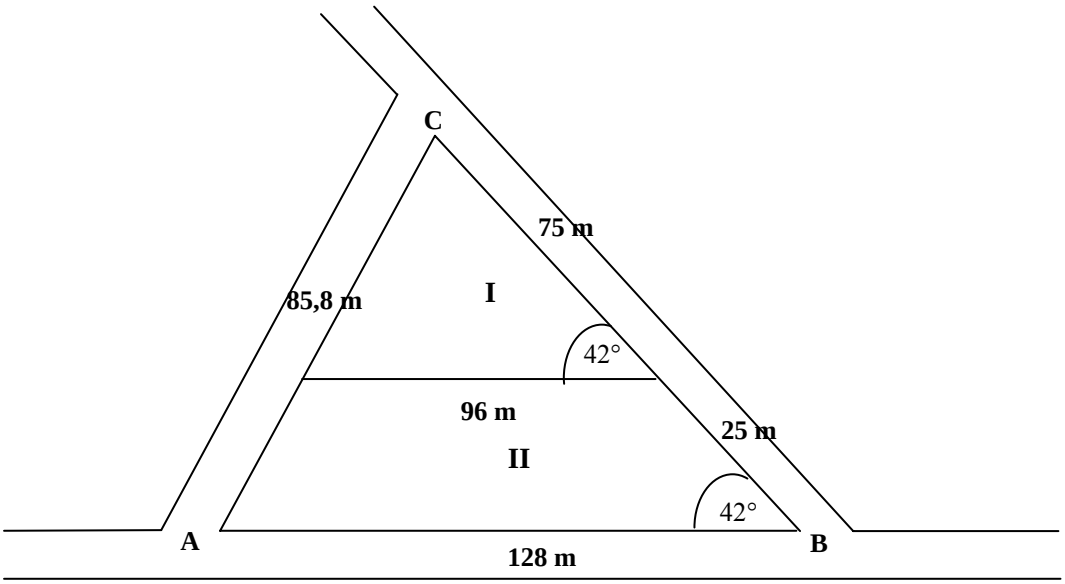
e) Bestimme den Gesamtflächeninhalt der beiden Grundstücke und runde auf einen ganzzahligen Wert.

f) Bestimme den Flächeninhalt des Grundstückes II und runde auf einen ganzzahligen Wert.

Aus Realschulabschlussprüfung Hamburg 2005, Haupttermin

Anlage zur Aufgabe III „Flurkarte“, Aufgabenteil c)

Name: _____ Klasse: _____



Idee Raum und Form

12. 2-Euro-Münze

Lösung S. 96

Die 2-Euro-Münze hat folgende Maße:

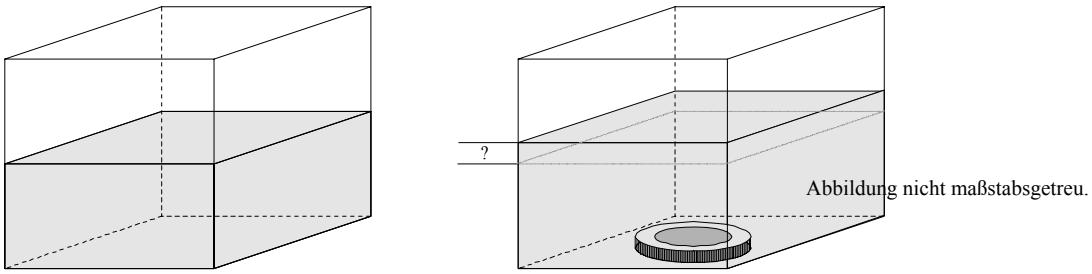
Durchmesser	25,75 mm
Durchmesser des goldfarbenen Mittelteils	18,20 mm
Dicke	2,20 mm
Gewicht	8,50 g

a) Berechne das ungefähre Gesamtvolumen der Münze.
(Ergebnis zur Kontrolle: $V \approx 1145,69\ \text{mm}^3$)

b) Berechne den prozentualen Anteil des Volumens des goldfarbenen Mittelteils am Gesamtvolumen.

c) Der Rand der Münze ist bekanntlich geriffelt, er hat genau 250 Einkerbungen.
Bestimme den Abstand zwischen je zwei Kerben.

d) Jetzt sei ein würfelförmiger Behälter mit der Kantenlänge 30 mm gegeben, der zum Teil mit Wasser gefüllt ist. Bestimme rechnerisch, wie stark der Wasserspiegel steigt, wenn man die 2-Euro-Münze in diesen Behälter legt.



e) Berechne die *durchschnittliche Dichte* der Münze. $\left(\text{Hinweis: Dichte} = \dfrac{\text{Masse}}{\text{Volumen}}\right)$

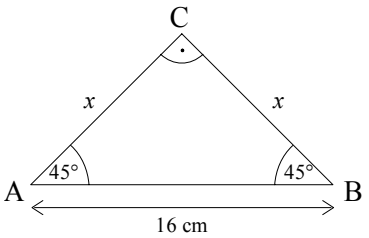
Die Dichte der Legierung, die den goldfarbenen Mittelteil bildet, ist kleiner als die Dichte der silberfarbenen Legierung des Ringes. Es stellt sich nun die Frage, was schwerer ist: der goldfarbene Mittelteil oder der silberfarbene Ring. Gib an, was du erwartest und begründe deine Erwartung.

Idee Raum und Form

13. Mathematische Überlegungen am Geodreieck

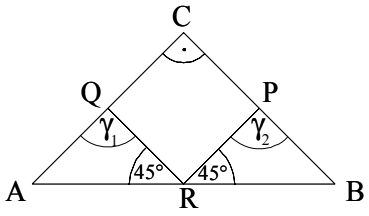
Lösung S. 96

Ein Geodreieck ist ein gleichschenklig-rechtwinkliges Dreieck (siehe Abbildung rechts).
Die Hypotenuse $\overline{AB}$ sei 16 cm lang und die beiden Basiswinkel seien jeweils 45° groß.



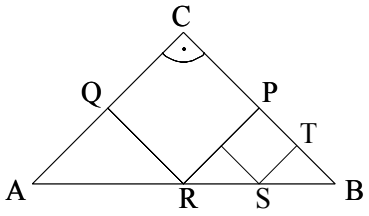
a) Nach Voraussetzung sind die beiden Katheten $\overline{AC}$ und $\overline{BC}$ gleich lang. Bestimme die Länge der Katheten.

b) Jetzt wird das Dreieck in folgender Weise verändert:
Die Strecke $\overline{AB}$ wird durch den Punkt *R* halbiert. Dann werden zwei Winkel der Größe 45° mit Scheitel *R* wie in der Abbildung abgetragen. Die Schenkel schneiden die Strecken $\overline{AC}$ und $\overline{BC}$ in den Punkten *Q* bzw. *P*.
Konstruiere diese Figur (siehe Abbildung). Die Winkel dürfen mit dem Geodreieck gemessen werden. Die Halbierung der Strecke $\overline{AB}$ soll mit Zirkel und Lineal erfolgen. Gelingt dir das nicht, darfst du hilfsweise ausmessen.

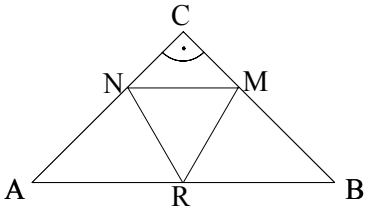


c) Berechne die Größe der Winkel γ_1 und γ_2 (siehe Abbildung).

d) Analog zu der Veränderung des Dreiecks *ABC* in Aufgabenteil a) wird jetzt das Dreieck *RBP* verändert (siehe Abbildung). Bestimme den Flächeninhalt des Dreiecks *ABC*, den des Dreiecks *RBP* und den des Dreiecks *SBT*.



e) Vom Mittelpunkt *R* der Strecke $\overline{AB}$ werden Verbindungsstrecken zu den Seiten $\overline{AC}$ und $\overline{BC}$ gezogen, sodass das Dreieck *RMN gleichseitig* ist. Bestimme rechnerisch die Länge der Strecke $\overline{RN}$.



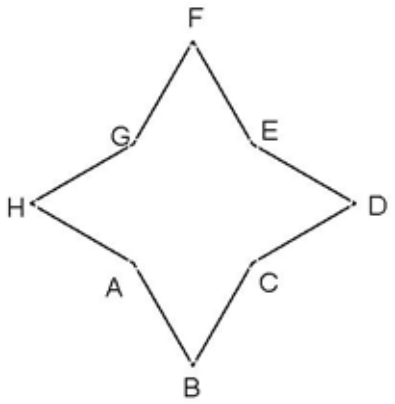
Idee Raum und Form

14. Vom Stern zur Pyramide

Lösung S. 97

Der nebenstehende symmetrische Stern hat folgende Eigenschaften:

Alle Seiten sowie die Strecken $\overline{AC}$ und $\overline{CE}$ haben die gleiche Länge a. $\overline{AC}$ steht senkrecht zu $\overline{CE}$.



a) Wie viele Symmetrieachsen hat der Stern?

b) Beschreibe eine Konstruktion des Sterns.

c) Die Dreiecksflächen sollen so geklappt werden, dass eine Pyramide entsteht.

Bestimme das Volumen der Pyramide für $a = 5$ cm.

d) Der Stern wird so verändert, dass die Strecken $\overline{AC}$ und $\overline{AB}$ nicht mehr gleich lang sind. Die Symmetrie des Sterns bleibt jedoch erhalten. Unter welchen Bedingungen kann durch Klappen der Dreiecksflächen eine Pyramide entstehen?

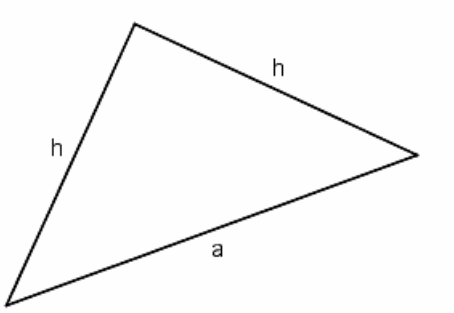
Quelle: Bearbeitete Version der Aufgabe aus den KMK-Bildungsstandards Mathematik Mittlerer Abschluss, 2003.

Idee Raum und Form

15. Achteck

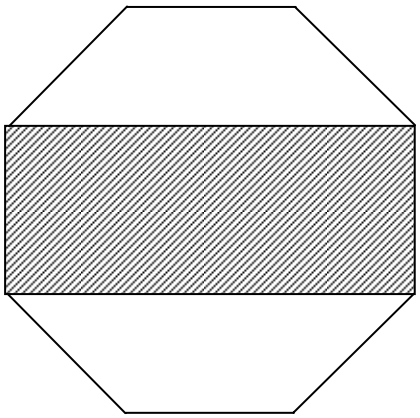
Lösung S. 98

a) In dem nebenstehenden gleichschenklig rechtwinkligen Dreieck hat *a* die Länge 5 cm. Bestimme die Länge von h.



b) Begründe, dass die folgende Formel den Zusammenhang zwischen *a* und *h* beschreibt:
$a = \sqrt{2} \cdot h$

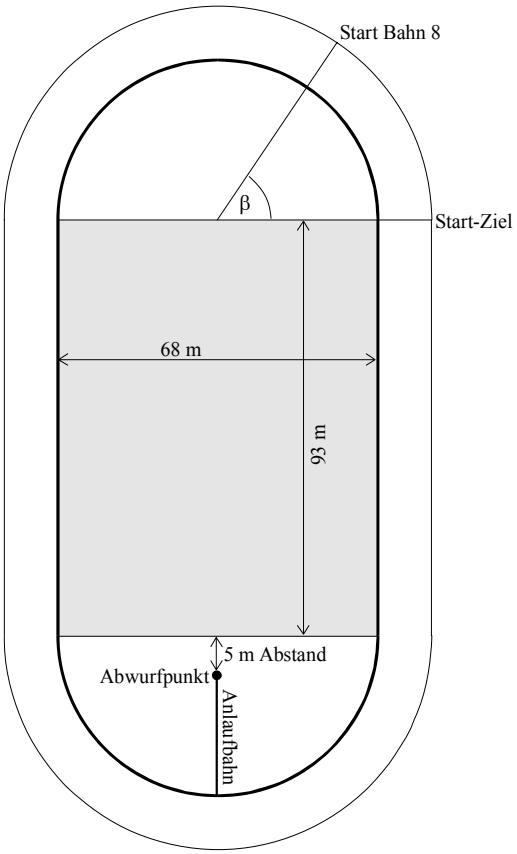
c) Hier wird ein regelmäßiges Achteck gezeigt;
ein Teil seiner Fläche ist schraffiert.
Begründe mithilfe von b) oder durch andere Überlegungen, dass der schraffierte Anteil den halben Flächeninhalt des gesamten Achtecks hat.



Idee Raum und Form

16. Stadion

Lösung S. 100



Ein Stadion[1], in dem Leichtathletik und Fußball stattfinden kann, hat von oben gesehen die links abgebildete Form. (Die Zeichnung ist nicht maßstabsgerecht, nachmessen an der Zeichnung macht also keinen Sinn.)
Die Laufbahn hat dabei am inneren Rand eine Länge von 400 m. Das Fußballfeld (grau unterlegt) ist ungefähr 93 m lang und 68 m breit.

a) Berechne die Fläche des Fußballfeldes.

b) Berechne die *Gesamtlänge* der beiden Halbkreisbahnen am inneren Rand. (zur Kontrolle: 214 m)

c) Die Maße von Fußballfeldern sind nach den Regeln nicht genau festgelegt. Für die Breite z.B. lassen die Regeln Werte zwischen 45 m und 90 m zu. Begründe mathematisch, warum bei einer Fußballfeldlänge von 93 m und einer Laufbahnlänge von insgesamt 400 m eine Fußballfeldbreite von 55 m *nicht* möglich ist.

d) Speerwerfer werfen bis zu 98 m weit. Ihr Speer soll aber noch im Rasen landen. Der Speerwerfer-Abwurfpunkt muss also 5 m von der Rasenkante entfernt sein. Die Anlaufbahn der Speerwerfer sollte nicht in die Laufbahn hineinragen. Bestimme: Wie lang (auf ganze Meter abgerundet) kann diese Anlaufbahn höchstens sein?

e) Könnte ein Wurf von 105 m noch auf dem Fußballfeld landen? Begründe die Antwort.

f) Die Lauffläche besteht aus 8 Bahnen von je 1,20 m Breite. Die Länge der Bahn wird immer innen gemessen. Der Läufer auf der Innenbahn startet an der Start-Ziellinie. Bestimme, wie viel Kurvenvorsprung gegenüber der Start-Ziellinie ein 400 m Läufer auf der Außenbahn (Bahn 8) bekommen muss, damit auch er genau 400 m bis zur Ziellinie läuft.
Um die Startlinie auf der Außenbahn zu markieren, wird der Winkel β eingemessen (vgl. Skizze). Bestimme die Größe von β.

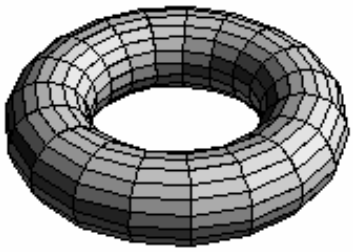
[1] Die genauen Leichtathletik- und Fußballbestimmungen werden aus Gründen der Vereinfachung hier nur ungefähr eingehalten.

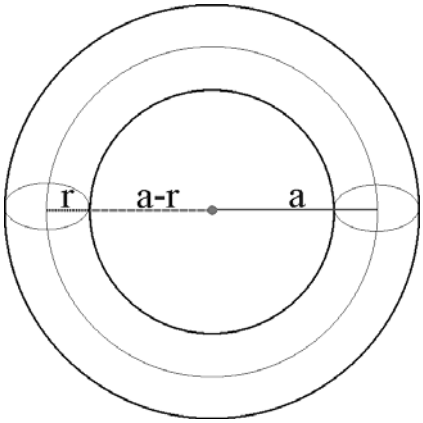
Idee Raum und Form

17. Rettungsring

Lösung S. 101

Unter einem Torus versteht man in der Mathematik einen kreisförmigen Ring, dessen Querschnitt überall kreisförmig ist mit konstantem Radius. Beispiele für torusförmige Körper sind Schwimmreifen, Fahrrad- oder Autoschläuche (ohne Ventil).





In einer Formelsammlung findet man für den Torus folgende Angaben:

Oberflächenformel: $O = 4 \cdot \pi^2 \cdot a \cdot r$

Volumenformel: $V = 2 \cdot \pi^2 \cdot a \cdot r^2$

Die Größen a und r seien so wie in der nebenstehenden Skizze definiert.

a) Berechne die Oberfläche eines Torus für a = 1 m und r = 0,1 m

Ein Rettungsring hat (angenähert) die Form eines Torus. Durch Nachmessen stellt man fest, dass der Außendurchmesser 1,20 m und der Innendurchmesser 80 cm beträgt.

b) Begründe, dass dann mit den obigen Bezeichnungen gilt: a = 0,5 m und r = 0,1 m

c) Berechne das Volumen des Rettungsringes.

d) Der Rettungsring besteht aus einem ausgeschäumten Stoff (Dichte:0,2 g/cm^3). Auf dem Ring liegt eine Person flach wie ein Brett. Welche Masse (in kg) darf die Person höchstens haben, damit der Ring nicht vollständig in das Wasser (Dichte 1 g/cm^3) eintaucht? Begründe die Antwort.

Hinweis: Der Auftrieb, den ein Körper im Wasser erfährt, ist genauso groß wie die Gewichtskraft des von dem Körper verdrängten Wassers (archimedisches Prinzip).

e) In Wirklichkeit liegt eine verunglückte Person nicht „flach wie ein Brett“ auf dem Rettungsring. Setze dich damit auseinander, ob und gegebenenfalls in welcher Hinsicht sich die Antwort auf d) dadurch ändert.

Alternative zu d) und e):

d’) Den Außendurchmesser D und den Innendurchmesser d eines Torus kann man leichter messen als die Größen a und r. Gib deshalb begründet eine Formel an, mit der man das Volumen eines Torus direkt aus den Größen D und d berechnen kann.

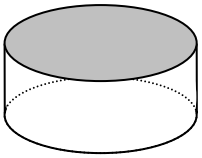
e’) Ein anderer Rettungsring soll ein Volumen von 60 Litern haben. Damit eine normale Person noch „durchpasst“, wird für den Innendurchmesser d der Wert 50 *cm* gewählt. Begründe, dass der Außendurchmesser D dann kleiner als 90 *cm* sein muss.

Idee Raum und Form

18. Eishockeypucks

Lösung S. 102

Eishockeypucks sind runde Scheiben mit einem Durchmesser von 7,62 cm und einer Höhe von 2,54 cm.



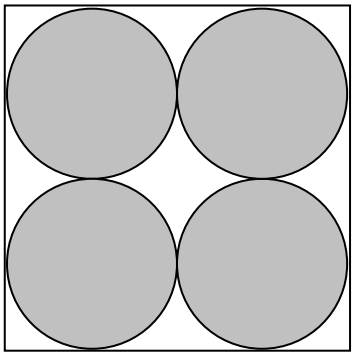
a) Zeige, dass das Volumen eines Pucks ungefähr 116 cm³ beträgt.

b) Zwölf Pucks sollen in einer Schachtel mit quadratischer Grundfläche verkauft werden. In der Schachtel liegen je vier Pucks in drei Schichten übereinander.

Berechne die Breite und die Höhe dieser Schachtel.

Zeige weiterhin, dass das Volumen der Schachtel etwa 1 770 cm^3 beträgt.

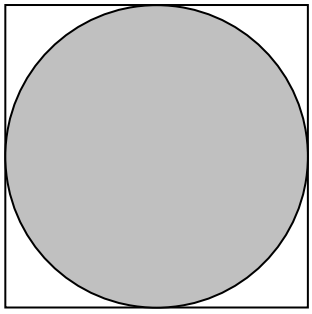
j)

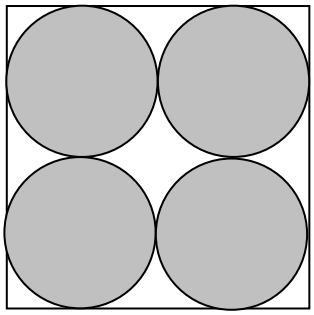


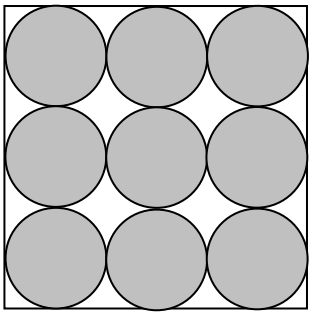
c) Wenn die Pucks in der Schachtel liegen, bleibt ein Volumenanteil an Luft in der Schachtel. Gib diesen Anteil in Prozent an.

d) Die Schachtel wird aus Pappe hergestellt.
Die Pappe wiegt 220 g pro m^2.
Die Pucks bestehen aus Hartgummi. Hartgummi wiegt 1,45 g pro cm³.
Ermittle, wie viel eine solche Schachtel mit ihrem Inhalt wiegt.

e) Der Sachverhalt aus Aufgabenteil c) soll nun (in der Ebene) verallgemeinert werden. Du siehst jeweils ein Quadrat, in das 1 Kreis, 4 und 9 kongruente Kreise einbeschrieben sind. Stelle dir vor, dass in dem Quadrat n^2 kongruente Kreise entsprechend einbeschrieben sind.
Zeige, dass der von den Kreisen nicht bedeckte Anteil der Quadrate immer der gleiche ist.







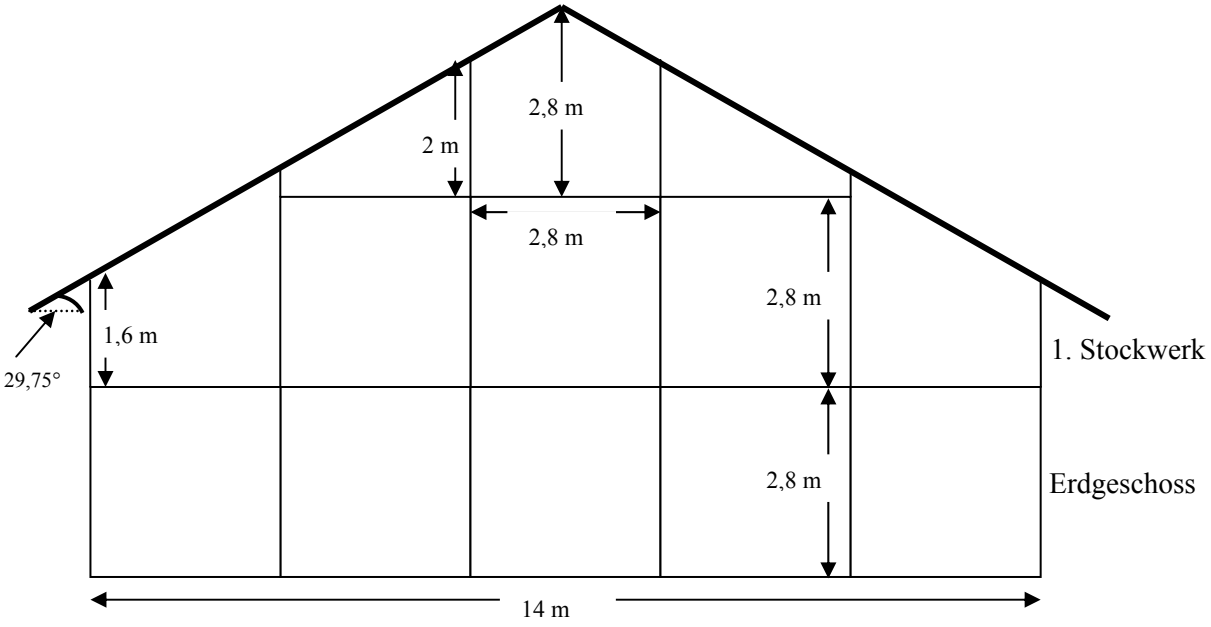
Aus Realschulabschlussprüfung Hamburg 2005, Haupttermin.

Idee Raum und Form

19. Glashaus

Lösung S. 104

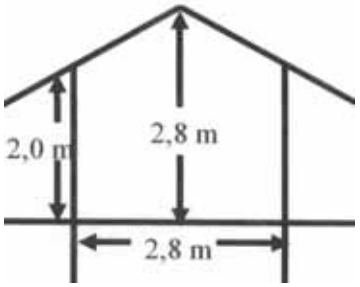
Ein Haus soll an der Frontseite mit Glasflächen verkleidet werden, die wie folgt unterteilt sind:



a) Berechne die Höhe des Hauses.

b) Gib die Anzahl aller quadratischen Glasscheiben an.
Berechne ihren Gesamtflächeninhalt.

c) In der nebenstehenden Abbildung siehst du einen Ausschnitt aus dem oberen Teil des Hauses.
Berechne den Flächeninhalt der fünfeckigen Glasscheibe.



d) Im 1. Stockwerk des Hauses siehst du links und rechts zwei trapezförmige Glasscheiben.
Zeichne eine Skizze eines dieser Trapeze. Trage die Maße ein, die bekannt sind.
Berechne den Flächeninhalt dieses Trapezes.

e) Eine Seite des Daches soll mit Sonnenkollektoren bestückt werden. Dazu benötigt man den Flächeninhalt einer Dachfläche. Die Länge des Hauses beträgt 16 m. Das Dach steht an allen Seiten jeweils 1 m über. Berechne den Flächeninhalt dieser Dachfläche.

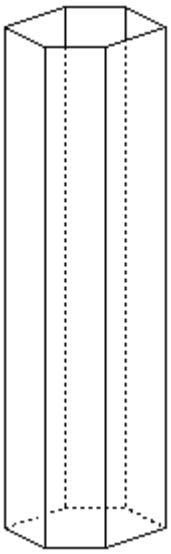
f) Mindestens 30 % dieser Dachfläche sollen mit Sonnenkollektoren bestückt werden. Ein Bauteil mit Kollektoren hat die Maße 1005 mm (Länge) und 605 mm (Breite).
Berechne, wie viele Bauteile mit Sonnenkollektoren gekauft werden müssen.

Aus Realschulabschlussprüfung Hamburg 2006, Zweittermin.

Idee Raum und Form

20. Ballschachtel

Lösung S. 106



Eine Sportartikelfirma verpackt jeweils drei Bälle in eine Ballschachtel. Die Ballschachtel hat die Form eines geraden Prismas mit einem regelmäßigen Sechseck als Grundfläche (siehe Abbildung).

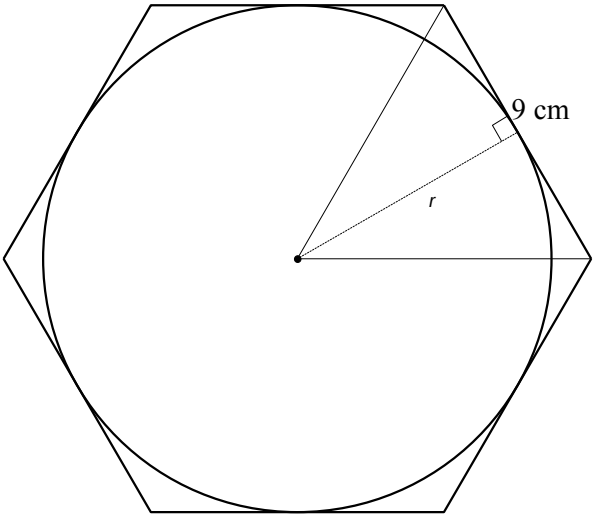
In die Ballschachtel kommt unten eine Styropor-Schicht von 3 cm Dicke, dann kommen die drei Bälle, die alle Seitenflächen berühren. Über den Bällen ist wieder eine Styropor-Schicht von 3 cm Dicke.

Die Seitenlänge des Sechsecks beträgt 9 cm.

a) Die Bälle haben einen Radius von etwa 8 cm. Begründe, dass die Ballschachtel 54 cm hoch sein muss.

b) Berechne den Gesamtflächeninhalt aller sechs rechteckigen Seitenflächen.

c) Die folgende Abbildung zeigt die Ballschachtel von oben, also das regelmäßige Sechseck und den Querschnitt eines Balles. Zeige, dass die Bälle tatsächlich nur einen Radius von etwa 7,8 cm aufweisen.



d) Weise nach, dass die Grundfläche der Ballschachtel einen Flächeninhalt von etwa 210 cm² hat.

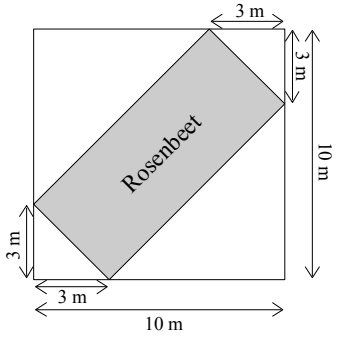
e) Bestimme den prozentualen Anteil, den die Bälle vom Volumen der Ballschachtel einnehmen.

Aus Realschulabschlussprüfung Hamburg 2005, Zweittermin.

Idee Raum und Form, Idee des funktionalen Zusammenhangs

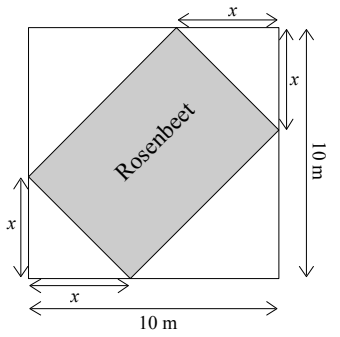
21. Das neue Rosenbeet

Lösung S. 108



a) In einem botanischen Garten wird eine quadratische Rasenfläche von 10 m Seitenlänge neu gestaltet. In das innere Rechteck sollen Rosen gepflanzt werden (siehe Abbildung rechts).

Berechne den Flächeninhalt der aus vier Dreiecken bestehenden restlichen Rasenfläche und den Flächeninhalt des rechteckigen Rosenbeets.

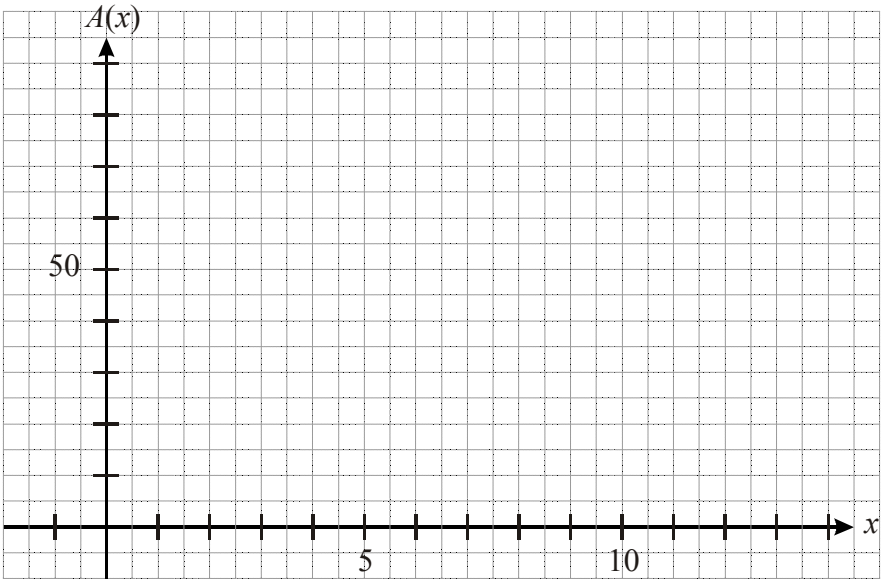


b) Jetzt soll die Strecke, die in Aufgabenteil a) 3 m lang war, *veränderlich* werden. Sie wird nun x genannt. (Siehe Abbildung rechts.) Der Flächeninhalt $A(x)$ des Rosenbeets lässt sich durch folgende Funktionsgleichung berechnen: $A(x) = -2x^2 + 20x$.

Entscheide, wie groß x mindestens und höchstens sein kann.

Erstelle dann eine Wertetabelle für die Funktion $A(x)$. Bestimme dazu 5 Funktionswerte. Zeichne die Punkte in das unten stehende Koordinatensystem ein und skizziere dann die Kurve, die durch diese Punkte verläuft.

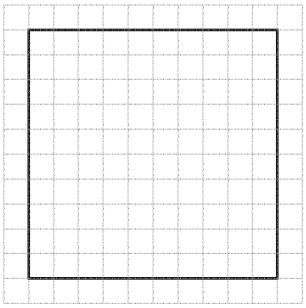
x	$A(x)$



c) Bestimme x, sodass $A(x)$ möglichst groß wird.

d) Bestimme rechnerisch x, sodass $A(x) = 18$.

Zeichne die zu den beiden Lösungen gehörenden Rechtecke in das rechts stehende Quadrat ein.



e) Beurteile folgende Behauptung:

Wenn x ein Viertel der Seitenlänge des Quadrats einnimmt,
so nimmt $A(x)$ ein Viertel des Flächeninhalts des Quadrats ein.

Idee Raum und Form

22. Louvre-Pyramide

Lösung S. 109

Du siehst hier die große Eingangspyramide zum Louvre-Museum in Paris.

Ein Buchverlag gibt einen Paris-Reiseführer heraus.

Er benötigt noch einige Angaben zur Louvre-Pyramide.

b) Die Pyramide hat eine quadratische Grundfläche. Die Grundkante dieser Pyramide misst 35,42 m. Berechne die Grundfläche der Pyramide.

c) Entlang der Grundkanten und über dem Eingang der Pyramide sind insgesamt 70 Glasscheiben in Form gleichschenkliger Dreiecke angebracht.
Darüber hat die Pyramide insgesamt 603 viereckige Glasscheiben, die jeweils doppelt so groß sind wie die dreieckigen. Beschreibe die Form der viereckigen Glasscheiben.

Bei der Einweihung der Pyramide konnte man einer Zeitungsnotiz entnehmen:
„Für die vier Seitenflächen wurden ziemlich genau 2 000 m² Glas verbaut, das sind fast 90 Tonnen Glas."

c) Bestimme den Flächeninhalt eines dreieckigen und eines viereckigen Fensters.

d) Das Spezialglas ist 20 mm stark. Ein Kubikmeter dieses Glases hat eine Masse von 2,2 t.
Zeige durch Rechnung, dass die Pyramide tatsächlich aus „fast 90 Tonnen Glas" besteht.
Bestimme die Masse einer viereckigen Glasscheibe in kg.

e) Bestimme mithilfe der Zeitungsnotiz und der Angabe, dass die Grundkante 35,42 m misst, die Höhe einer Dreiecks-Seitenfläche der Louvre-Pyramide. Berechne danach die Höhe der Pyramide sowie den Neigungswinkel ihrer Seitenflächen.

f) Die Louvre-Pyramide hat die gleichen Proportionen wie die „Große Pyramide" in Gizeh, die Cheopspyramide.
Der Neigungswinkel der Seitenflächen ist bei beiden Pyramiden annähernd gleich. Die Seitenlänge der quadratischen Grundfläche der Cheopspyramide beträgt 230,12 m.
Bestimme, wie oft das Volumen der Louvre-Pyramide in das der Cheopspyramide „passen" würde.

Aus Realschulabschlussprüfung Hamburg 2006, Haupttermin.

Idee Raum und Form, Idee des funktionalen Zusammenhangs

23. Pachoms Weg

Lösung S. 111

Der russische Dichter Tolstoi erzählt die Geschichte des Bauern Pachom, der für 1000 Rubel jenes Land erhalten sollte, das er an einem Tag umwandern konnte. Bei Sonnenaufgang brach er von einem Hügel aus auf, nach 18 km bog er im rechten Winkel nach links ab, nach 8 km wiederum im rechten Winkel nach links. Nachdem er 12 km in die neue Richtung gewandert war, packte ihn die Angst, nicht rechtzeitig zurückzukommen. Er lief nun geradewegs auf den Hügel zu, erreichte ihn mit letzter Kraft bei Sonnenuntergang und brach tot zusammen.

Im Folgenden sollst du nun überlegen, ob sich Pachom dieses Schicksal hätte ersparen können, wenn er sich vorher einige Gedanken über seinen Weg gemacht hätte.

a) Zeichne dazu eine Skizze von Pachoms Wanderweg.

b) Bestimme die Länge von Pachoms Weg.

c) Hätte die Geschichte kein trauriges Ende gehabt, wie viel Land hätte Pachom für seine 1000 Rubel erhalten?

d) War Pachoms Wanderweg optimal oder hätte er bei gleicher Weglänge mehr Land umwandern können?
Betrachte dazu Rechtecke, deren Umfang gleich der Länge von Pachoms Wanderweg ist.
Erstelle für die Flächeninhaltsfunktion „Seitenlänge $a \rightarrow$ Flächeninhalt A“ für Rechtecke, deren Umfang gleich der Länge von Pachoms Wanderweg ist, eine Wertetabelle und zeichne den Graphen der Funktion. Gibt es ein Rechteck mit größtem Flächeninhalt?

e) Hätte Pachom ein gleich großes Land auf einem kürzeren Weg umwandern können?
Betrachte dazu geeignete Rechtecke, deren Flächeninhalt gleich dem von Pachoms Land ist.
Erstelle für die Umfangslängenfunktion „Seitenlänge $a \rightarrow$ Umfang u“ für Rechtecke, deren Flächeninhalt gleich dem von Pachoms Land ist, eine Wertetabelle und zeichne den Graphen der Funktion. Gibt es ein Rechteck mit kleinstem Umfang?

Idee des funktionalen Zusammenhangs

24. Fahrrad

Lösung S. 113

Ein Vater will seiner Tochter einen Zuschuss für ein neues Fahrrad geben. Er macht zwei Angebote:

Angebot 1: Die Tochter erhält 15 € sofort in ihr Sparschwein und an jedem folgenden Tag bekommt sie jeweils 5 € in das Sparschwein gesteckt. Der Vater zahlt 7 Tage lang.

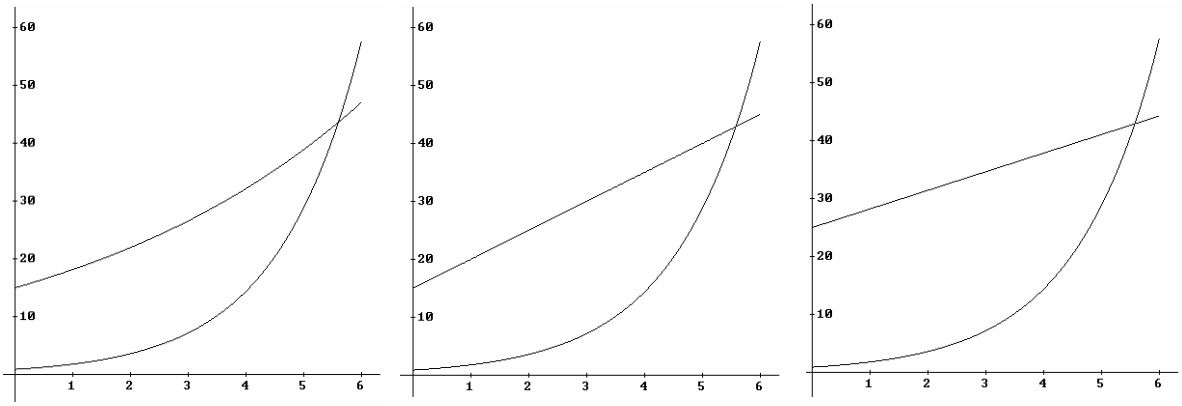
Angebot 2: Die Tochter erhält 0,90 € sofort in ihr Sparschwein. Am folgenden Tag zahlt ihr Vater den Betrag, der schon im Schwein ist, noch einmal dazu. Am nächsten Tag macht der Vater es genauso: Er steckt den Betrag, der *jetzt* im Sparschwein ist, noch einmal dazu usw. Jeden Tag ist also doppelt so viel im Sparschwein wie am vorangegangenen Tag. Auch hier zahlt der Vater 7 Tage lang.

a) Erstelle für jedes der beiden Angebote eine Wertetabelle und gib an, welches Angebot günstiger für die Tochter ist.

Angebot 1:	Tag Nr.	0	1	2	3	4	5	6
	Geldmenge im Sparschwein in €	15						

Angebot 2:	Tag Nr.	0	1	2	3	4	5	6
	Geldmenge im Sparschwein in €	0,90						

b) Hier sind drei Koordinatensysteme mit jeweils zwei Graphen abgebildet. Wähle aus, in welchem Fall die Elemente der Funktionen „Einzahlungszeitpunkt am Tag $x \rightarrow$ Geldmenge im Sparschwein in €“ auf den dargestellten Kurven liegen.



A B C

c) Begründe für die beiden *nicht* gewählten Fälle aus Aufgabenteil b), warum sie falsch sein müssen.

d) Gib eine Funktionsgleichung an, die zu Angebot 1 passt.

e) Wähle für jede der folgenden Aussagen aus, ob sie für das jeweilige Angebot zutrifft oder nicht. Du musst also in *jedes* der sechs leeren Felder entweder eintragen "*wahr*" oder "*falsch*"

	Angebot 1	Angebot 2
Der Betrag im Sparschwein nimmt täglich um den gleichen Prozentsatz zu.		
Der Betrag im Geldschwein nimmt täglich um den gleichen Eurobetrag zu.		
Der Betrag im Geldschwein wird mit der Zeit größer.		

f) Die Funktionsgleichung, die zu Angebot 2 passt, lautet $f(x) = 0{,}9 \cdot 2^x$.
Gib eine Frage an, zu der die Lösung der Gleichung $0{,}9 \cdot 2^x = 30\,198\,988{,}8$ im Zusammenhang mit Angebot 2 eine Antwort liefern würde. Bestimme die Lösung dieser Gleichung.

Idee des funktionalen Zusammenhangs

25. Autokauf

Lösung S. 114

Beim Kauf eines Autos stellt sich oft die Frage, ob man ein Fahrzeug mit einem Benzin- oder mit einem Dieselmotor kaufen soll. Schaut man sich die Kosten an, die in jedem Jahr wieder neu entstehen, kann das eine Entscheidungshilfe bei der Auswahl *Benzin- oder Dieselmotor* sein. Autos mit Benzinmotor haben geringere jährliche Festkosten als Autos mit Dieselmotor (zu den Festkosten zählt man z.B. Steuer und Versicherung und auch Ölwechsel, Inspektionen, Reparaturen usw.). Dieselfahrzeuge hingegen sind beim Kraftstoffverbrauch günstiger.

Ein bestimmter Autotyp wird in einer Diesel- und in einer Benzinversion angeboten. Beide Versionen sind im Anschaffungspreis gleich.

Eine Autozeitschrift gibt folgende durchschnittliche jährliche *Festkosten* an:

jährliche Festkosten (Benzinversion)	jährliche Festkosten (Dieselversion)
2291,40 €	2770,80 €

Außerdem ist bekannt, dass man pro gefahrenen Kilometer beim Benzinfahrzeug 0,12 € und beim Dieselfahrzeug 0,08 € für Kraftstoff veranschlagen muss.

a) Um einen Kostenüberblick für ein Jahr zu bekommen, kann man die jährlichen *Gesamtkosten* bestehend aus Festkosten und Kraftstoffkosten bestimmen. Erstelle dazu folgende Tabelle:

jährlich gefahrene Strecke	jährliche Gesamtkosten (Benzinversion)	jährliche Gesamtkosten (Dieselversion)
5000 km		
10000 km		
15000 km		

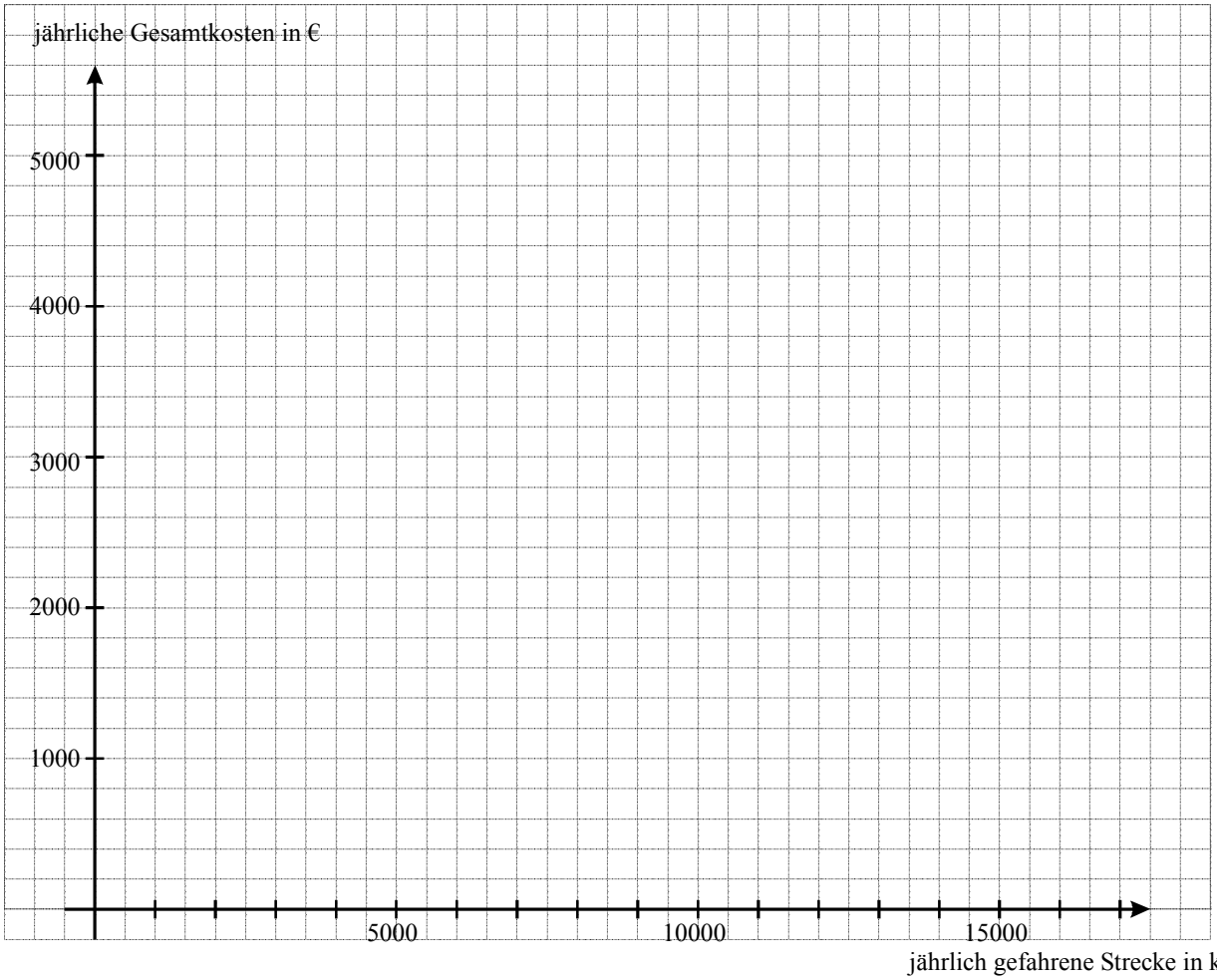
b) Bestimme für jede der beiden Versionen eine Funktionsgleichung zur Berechnung der jährlichen Gesamtkosten. Dabei soll x für die jährlich gefahrene Strecke in Kilometer, $f(x)$ für die jährlichen Gesamtkosten in € beim Benzinfahrzeug und $g(x)$ für die jährlichen Gesamtkosten in € beim Dieselfahrzeug stehen.

c) Zeichne mithilfe der Ergebnisse aus den Aufgabenteilen a) oder b) die zugehörigen Graphen in das Koordinatensystem auf der nächsten Seite ein.

d) Interpretiere deine Ergebnisse: In welchen Fällen ist es günstiger, ein Dieselfahrzeug statt eines Benzinfahrzeugs zu kaufen?

e) Ein Teil der jährlichen Festkosten ist die Kraftfahrzeugsteuer. Beschreibe und interpretiere, wie sich eine Erhöhung der Kraftfahrzeugsteuer für Benzinfahrzeuge auf deine Antwort auf Aufgabenteil d) auswirken würde.

Koordinatensystem zu Aufgabenteil c)



Idee des funktionalen Zusammenhangs

26. Alsterschifffahrt

Lösung S. 115

Auszug aus dem Fahrplan:

täglich									
Jungfernstieg	ab	10.15	11.15	12.15	13.15	14.15	15.15	16.15	17.15
Atlantic/ Vofü / Meridien		10.21	11.21	12.21	13.21	14.21	15.21	16.21	17.21
Rabenstraße		10.29	11.29	12.29	13.29	14.29	15.29	16.29	17.29
Uhlenhorster Fährhaus		10.33	11.33	12.33	13.33	14.33	15.33	16.33	17.33
Fährdamm		10.36	11.36	12.36	13.36	14.36	15.36	16.36	17.36
Mühlenkamp		10.43	11.43	12.43	13.43	14.43	15.43	16.43	17.43
Krugkoppelbrücke		10.50	11.50	12.50	13.50	14.50	15.50	16.50	17.50
Streekbrücke		10.56	11.56	12.56	13.56	14.56	15.56	16.56	17.56
Winterhuder Fährhaus	an	11.07	12.07	13.07	14.07	15.07	16.07	17.07	18.07

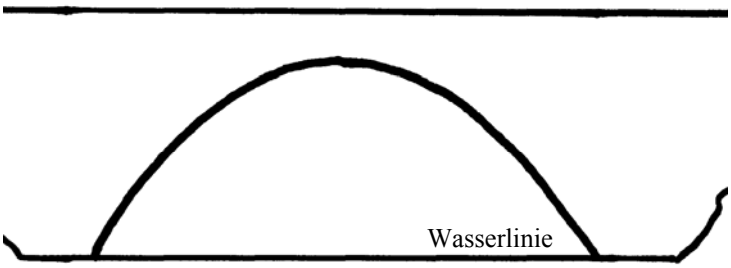
Auszug aus der Fahrpreistabelle:

	Erwachsene	Kinder
Für jede Teilstrecke zwischen 2 Haltestellen	€ 1,30	€ 0,65
ab 5. Anleger	€ 6,50	€ 3,25
Hin- und Rückfahrt	€ 8,50	€ 4,25

a) Herr Schmidt will vom „Jungfernstieg“ bis zum „Winterhuder Fährhaus“ fahren.
Gib die Fahrzeit des Schiffes an. Gib den Fahrpreis an.

b) Das Ehepaar Calisgüven steht mit seinen beiden Kindern Fadime und Aytuk am Jungfernstieg. Sie wollen zum „Uhlenhorster Fährhaus“ fahren.
- Berechne den Fahrpreis für die Familie.
- Gib die ungefähre Fahrzeit des Schiffes an.
- Die gesamte Fahrstrecke des Schiffes vom Anleger „Jungfernstieg“ bis zum Anleger „Uhlenhorster Fährhaus“ beträgt etwa 3,6 km.
  Berechne die Durchschnittsgeschwindigkeit des Schiffes.

c) Es soll eine neue Fahrtroute eingerichtet werden. Dabei muss das Alsterschiff unter einer Brücke hindurchfahren. Der Brückenbogen hat die Form einer Parabel.



Denk dir ein Koordinatensystem, bei dem die *x*-Achse auf der Wasserlinie verläuft und die *y*-Achse durch den Scheitelpunkt der Parabel geht.
Bestimme von den folgenden Gleichungen diejenige, die den Verlauf des Brückenbogens beschreiben <u>könnte</u>. Begründe.

(1) $y = \frac{1}{40}x^2 + 5$ (2) $y = -\frac{1}{40}x^2 + 5$ (3) $y = -\frac{1}{40}x^2 - 5$

Begründe, warum die beiden anderen Gleichungen nicht infrage kommen.

d) Der Brückenbogen überspannt auf Höhe der Wasserlinie eine Entfernung von 12 m. Der höchste Punkt des Brückenbogens liegt 4,05 m über der Wasserlinie. Bestimme die Gleichung, die den Verlauf des Brückenbogens beschreibt, und stelle die zugehörige Parabel im Koordinatensystem in der Anlage dar.
Hinweis:
Solltest zu keinem Ergebnis kommen, dann verwende die folgende Gleichung für die Zeichnung:
$y = -\frac{1}{5}x^2 + 4{,}5$.

e) Das Schiff „Goldbek“ ist 4,96 m breit und über der Wasserlinie 2,50 m hoch.

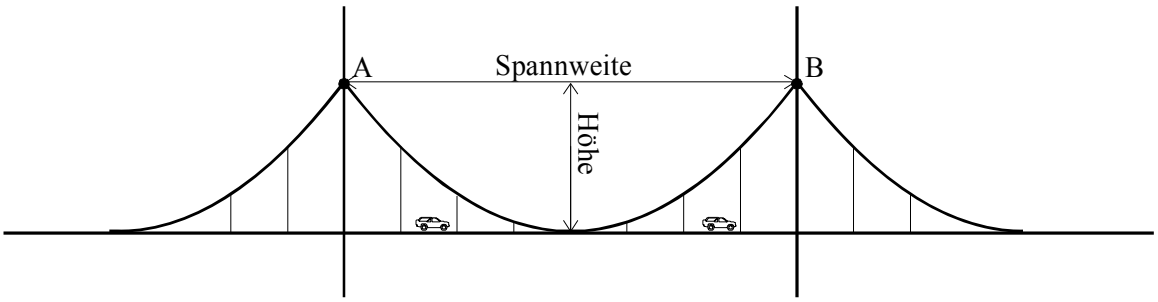
Überprüfe durch Rechnung, ob das Schiff unter der Brücke hindurchfahren kann.
Hinweis: Solltest du in Aufgabe d) keine Gleichung bestimmt haben, dann verwende wieder die Gleichung $y = -\frac{1}{5}x^2 + 4{,}5$.

Aus Realschulabschlussprüfung Hamburg 2006, Zweittermin.

Idee des funktionalen Zusammenhangs

27. Brücken

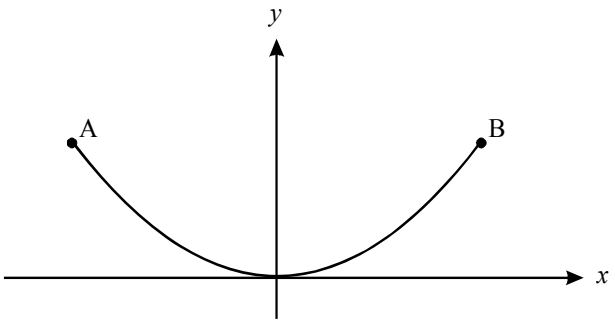
Lösung S. 117



In der obigen Abbildung siehst du eine Hängebrücke. Ihre Spannweite beträgt 40 m, die Höhe der oberen Befestigungspunkte über der Fahrbahn beträgt 12,5 m. Die Fahrbahn ist an zwei Haupttrageseilen aufgehängt.

a) Wenn auf der Brücke Stau herrscht, befinden sich ca. 40 Fahrzeuge auf der Brücke. Berechne, wie viel Tonnen sie insgesamt wiegen, wenn man annimmt, dass ein Fahrzeug durchschnittlich 950 kg wiegt.

b) Die Hauptseile im mittleren Abschnitt haben die Form einer Parabel. Diese ist in dem unten stehenden Koordinatensystem noch einmal dargestellt.



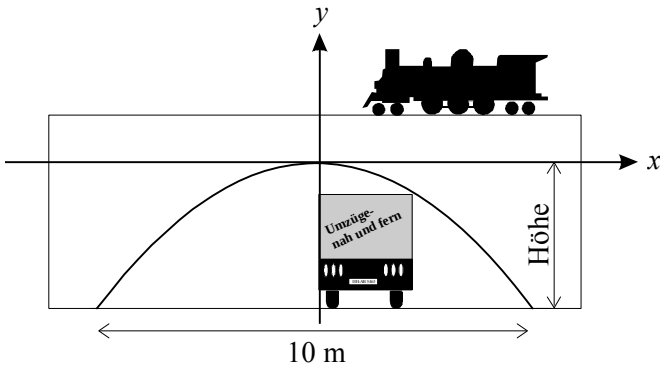
Zeichne die Längenangaben in das obige Koordinatensystem ein und gib dann die Koordinaten der Punkte A und B an.

c) Im Folgenden werden 4 Vorschläge für eine Funktionsgleichung gemacht, die zu der abgebildeten Parabel gehört. Wähle den korrekten Vorschlag aus.

(1) $f(x) = x^2$ (2) $f(x) = 40x + 12{,}5$ (3) $f(x) = 0{,}03125x^2$ (4) $f(x) = 12{,}5x + 40$

d) In der Abbildung ganz oben auf dieser Seite kann man erkennen, dass die Fahrbahn in regelmäßigen Abständen mit senkrechten Stahltrageseilen am Hauptseil befestigt ist. Im mittleren Bereich der Brücke befinden sich auf jeder Fahrbahnseite 6 Trageseile. Bestimme rechnerisch die *Gesamtlänge* der Stahltrageseile, die für den mittleren Brückenabschnitt für beide Fahrbahnseiten benötigt werden.

e) In der unten stehenden Abbildung ist eine Eisenbahnbrücke dargestellt, die über eine Straße führt. Der Bogen der Brücke bildet eine Parabel mit der Gleichung $f(x) = -0{,}16x^2$.



Begründe mithilfe einer Rechnung, dass die maximale Höhe der Durchfahrt 4 m beträgt.

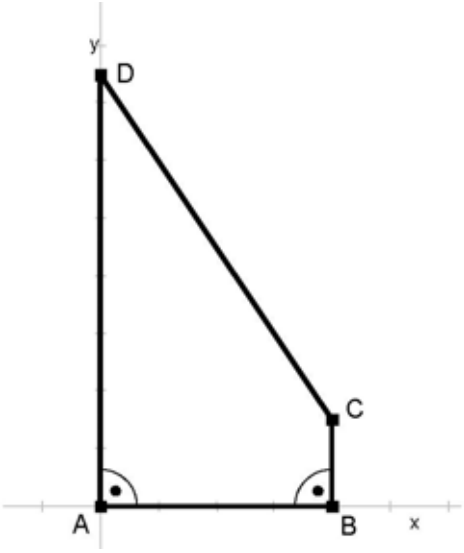
Bestimme rechnerisch, wie breit ein 3,19 m hoher LKW sein darf, damit er gerade noch unter der Brücke hindurch fahren kann. Dabei darf er entsprechend den Verkehrsregeln nur auf der rechten Fahrbahnseite fahren.

Idee des funktionalen Zusammenhangs, Idee des Messens, Raum und Form

28. Rechteck im Trapez

Lösung S. 118

Das nebenstehende Trapez $ABCD$ ist in ein Koordinatensystem eingetragen mit $A(0\,|\,0)$, $B(8\,|\,0)$, $C(8\,|\,3)$ und $D(0\,|\,15)$.



Jeder Punkt der Trapezseite $\overline{CD}$ ist Eckpunkt eines Rechtecks, das dem Trapez einbeschrieben ist. Die Seiten der einbeschriebenen Rechtecke sind parallel zu den Koordinatenachsen. Der Punkt A ist Eckpunkt eines jeden einbeschriebenen Rechtecks.

a) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Trapezes $ABCD$.

b) Der Punkt $P(2\,|\,y)$ liegt auf der Seite $\overline{CD}$ und ist somit Eckpunkt eines einbeschriebenen Rechtecks.

Trage das zugehörige Rechteck in die Figur ein und bestimme seinen Flächeninhalt.

c) Bewegt sich der Punkt $P(x\,|\,y)$ auf der Strecke $\overline{CD}$, so ändert sich der Flächeninhalt A des zugehörigen Rechtecks. Begründe, dass sich der Flächeninhalt A mit der Gleichung $A = x \cdot (-1{,}5x + 15)$ berechnen lässt, wobei x die erste Koordinate des Punktes P ist.

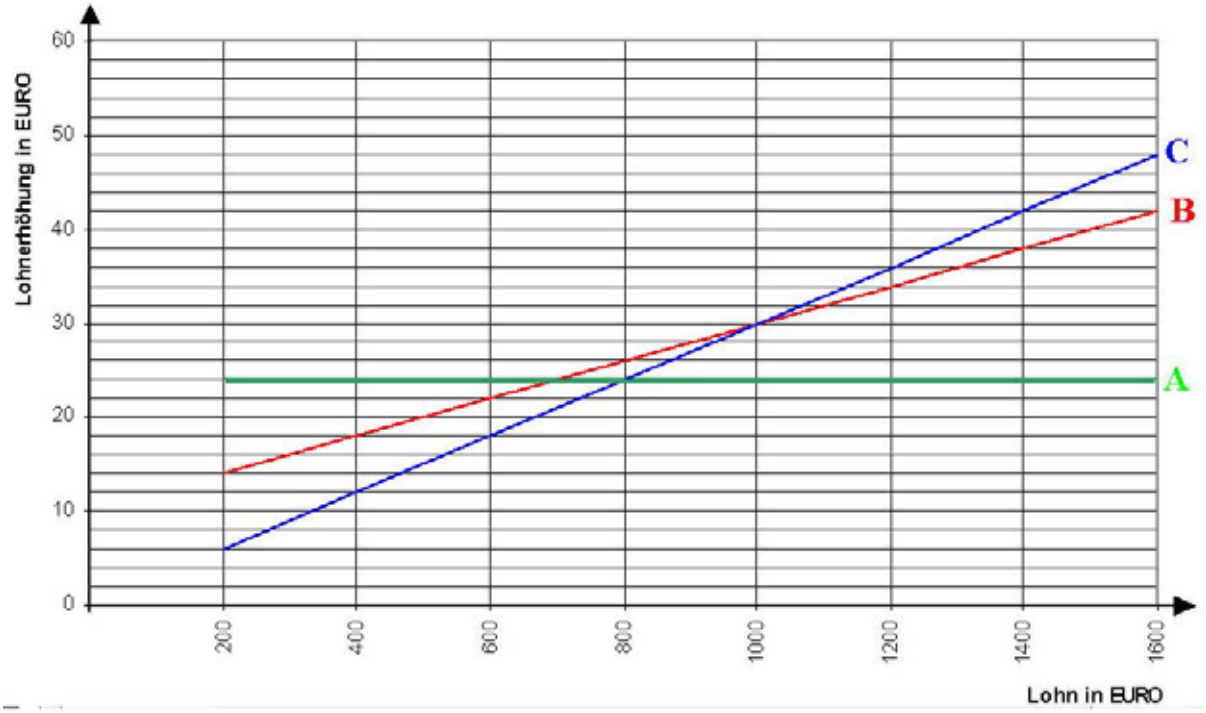
d) Bestimme das einbeschriebene Rechteck, das den größten Flächeninhalt hat. Begründen deine Vorgehensweise.

Quelle: Bearbeitete Version der Aufgabe aus den KMK-Bildungsstandards Mathematik Mittlerer Abschluss, 2003.

Idee des funktionalen Zusammenhangs

29. Lohnerhöhung

Lösung S. 119



Die Grafik zeigt drei verschiedene Modelle (Modell A, Modell B, Modell C) für Lohnerhöhungen.

a) Bestimme mittels einer Tabelle (200 €, 400 €, 600 €, ..., 1600 €) die Lohnerhöhungen der verschiedenen Modelle in Abhängigkeit vom Lohn.

b) Erstelle eine weitere Grafik für die verschiedenen Modelle, die den Zusammenhang zwischen dem Lohn (in €) und der Lohnerhöhung (in %) darstellt.

c) Beide Grafiken stellen den gleichen Sachverhalt dar. Eine soll in einer Veröffentlichung erscheinen (z. B. Zeitungsartikel). Welche würdest du auswählen, wenn du Modell A bevorzugst?
Begründe deine Wahl.

Idee des funktionalen Zusammenhangs

30. Bürohaus „Berliner Bogen“

Lösung S. 120

In Hamburg steht in der Nähe der S-Bahn-Station „Berliner Tor“ ein neues Bürohaus. Es hat wegen seiner Form und Lage den Namen „Berliner Bogen“. Das Bürohaus besteht hauptsächlich aus Glas und Stahl.

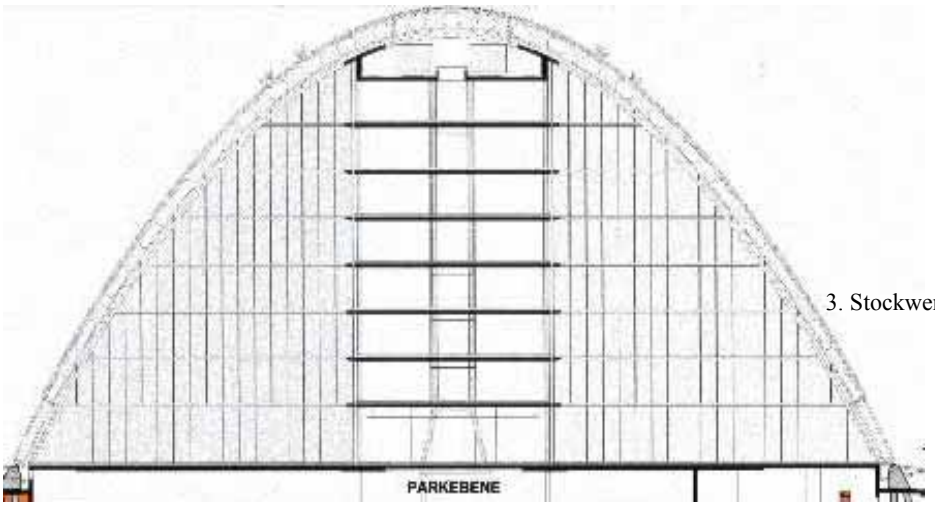
Daten des Bürohauses:
Länge: 140 m
Breite: 72 m

a) Berechne die Grundfläche des Gebäudes.

b) Die Gesamtfläche aller Stockwerke des Hauses ist 43 000 m² groß.
Davon werden 75 % vermietet.
Die Mietpreise liegen bei durchschnittlich 15,00 Euro pro Quadratmeter und Monat.
Berechne die monatlichen Mieteinnahmen für das Gebäude.

c) In dem Bürohaus sind sechs große Grünflächen mit Pflanzen angelegt. Die Gesamtfläche beträgt 3 300 m². Berechne, wie viel Prozent der Gesamtfläche des Hauses das sind.

d) Im Keller des Hauses befindet sich ein quaderförmiges Wasserbecken. Es speichert Regenwasser, wenn es in Hamburg viel regnet. Das Becken ist 120 m lang, 39 m breit und kann bis zu 5,5 m hoch mit Wasser gefüllt werden. Berechne, wie viel Liter Wasser das Becken aufnehmen kann.



e) Die Vorderseite des Hauses hat die Form einer Parabel. Denk dir ein Koordinatensystem, bei dem die x-Achse in Höhe der Parkebene verläuft und die y-Achse durch den Scheitelpunkt der Parabel geht. Bestimme von den folgenden Gleichungen diejenige, die den Verlauf des Parabelbogens beschreiben könnte. Begründe.

(1) $y = \frac{1}{4}x^2 + 30$ (2) $y = -\frac{1}{4}x^2 + 30$ (3) $y = -\frac{1}{4}x^2 - 30$

Begründe, warum die beiden anderen Gleichungen nicht infrage kommen.

f) Das Gebäude hat eine Höhe von 36 m. Bestimme nun die Gleichung, die den Gebäudebogen beschreibt, und stelle die zugehörige Parabel im Koordinatensystem in der Anlage dar.
Hinweis: Keine der in Aufgabe e) gegebenen Parabelgleichungen ist die hier gesuchte Gleichung.

g) Die Zwischendecke des 3. Stockwerks befindet sich in einer Höhe von 12,7 m.
Bestimme die Breite der Zwischendecke.

Aus Realschulabschlussprüfung Hamburg 2006, Haupttermin.

Idee der Wahrscheinlichkeit

31. Lotterie

Lösung S. 122

Eine Klasse möchte auf dem Schulfest eine Lotterie durchführen. Dafür verwendet sie Holzplättchen, auf denen je eine Ziffer 2, 4 oder 5 steht.

Diese Plättchen sollen aus einer Lostrommel nacheinander ohne Zurücklegen gezogen werden und in der gezogenen Reihenfolge hintereinander gelegt werden. Sie bilden dann eine dreistellige Zahl.

a) Bestimme alle möglichen Zahlen, die gezogen werden können.

b) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die größte dieser Zahlen gezogen wird.

c) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass
- die gezogene Gewinnzahl durch 5 teilbar ist
- die gezogene Gewinnzahl kleiner als 500 ist.

Nach einigen Probeziehungen erscheint der Klasse die Ziehung zu einfach. Deshalb werden zwei weitere Plättchen mit den Ziffern 1 bzw. 3 hinzugefügt.

d) Bestimme nun die Anzahl der möglichen fünfstelligen Zahlen, die gezogen werden könnten (zur Kontrolle: 120).

Die Schülerinnen und Schüler stellen nun 1 200 Lose her, auf denen je eine der 120 möglichen Zahlen als Losnummer gedruckt wird. Sie machen das so, dass insgesamt jede Losnummer genau 10-mal vorkommt. Die Klasse legt einen „Gewinnplan“ fest (siehe Anlage). Im Laufe des Schulfestes sollen die Lose verkauft werden. Gegen Ende des Schulfestes findet die „Ziehung“ statt, wobei mit den 5 Plättchen – wie beschrieben – eine Gewinnzahl gezogen wird.

e) Bestimme die Wahrscheinlichkeit für den Käufer eines einzigen Loses, dass
- er einen Gutschein für ein Buch gewinnt
- er einen Gutschein für eine „Riesenwurst mit Beilage“ gewinnt (zur Kontrolle: $p = \frac{5}{120} = \frac{1}{24}$).

Die Schüler planen, ein einzelnes Los für 0,50 € zu verkaufen.
Material und Druckkosten betragen insgesamt 12 €.
Die Kugelschreiber sind als Werbegeschenk von einem Elternvertreter gestiftet worden.
Ein „Riesenwurst mit Beilage“ kalkulieren die Schüler mit 2 € und ein Buch mit 30 €.

f) Berechne, wie viel Geld die Schüler bei ihrer Kalkulation übrig behalten werden, wenn sie alle 1200 Lose verkaufen.
Bei der staatlichen Lotterie müssen 50 % der Einnahmen als Gewinne ausgeschüttet werden.
Untersuche, ob das bei der hier betrachteten Lotterie der Fall ist.

Aus Realschulabschlussprüfung Hamburg 2006, Haupttermin.

Gewinnplan

für das große Zahlengewinnspiel

Heute 17 Uhr Ziehung der Glückszahl

Vergleicht die Glückszahl mit Eurer Losnummer!

- Die letzte Ziffer ist richtig:

  Gewinn: *Ein Super-Kugelschreiber*

- Die letzten beiden Ziffern sind richtig,
  aber nicht die ganze Zahl:

  Gewinn: *Gutschein für eine Riesenwurst mit Beilage*

- Die Losnummer stimmt mit der Gewinnzahl überein:

  Gewinn: *Gutschein für ein wertvolles Buch*

Idee der Wahrscheinlichkeit

32. Lotterie auf dem Schulfest

Lösung S. 124

Eine 10. Klasse möchte zur Gestaltung eines Schulfestes durch eine Lotterie beitragen.
Die Teilnehmer der Lotterie geben ihren Tipp auf einem Losschein ab. Die Gewinner werden mit einer einmaligen Ziehung am Ende des Losverkaufs ermittelt.

Zur Vorbereitung der Lotterie nutzen die Schüler ihre Stochastik-Kenntnisse und planen zunächst mit einer Urne, die eine rote, eine blaue und eine gelbe Kugel enthält. Die drei Kugeln werden nacheinander ohne Zurücklegen gezogen. Wer mit seinem Tipp die richtige Reihenfolge der Kugeln bei der Ziehung angegeben hat, hat gewonnen.

a) Gib alle möglichen Ergebnisse an.

b) Bestimme die Wahrscheinlichkeit für die Reihenfolge: rot – blau – gelb.

c) Bestimme die Wahrscheinlichkeit für:

   D: Die dritte Kugel ist rot.

   Z: Die zweite Kugel ist nicht blau.

Der Klasse erscheinen nach diesen Betrachtungen 3 Kugeln als zu wenig. Es wird entschieden, zwei weitere Kugeln (weiß, schwarz) in die Urne zu geben.

d) Bestimme die Anzahl der möglichen Ergebnisse mit fünf Kugeln.

e) Bestimme einen sinnvollen Schätzwert für die Anzahl der Tippscheine, die das Ergebnis „blau-grün-rot-schwarz-weiß“ tragen, wenn man von insgesamt 500 Tippscheinen ausgeht.

Die Schüler rechnen mit 500 Tippscheinen und gehen davon aus, dass sie alle zum Preis von je 1,50 € verkaufen können. Sie haben 25 € Kosten für die Vorbereitung der Lotterie und kaufen 5 Gewinne im Wert von je 100 €. Außerdem wollen die Schüler 30 % der Verkaufseinnahmen für ihre eigene Abschlussfeier behalten.

f) Beurteile diese Planung.

g) Die Planung birgt ein gewisses Risiko. Beschreibe das Risiko.

h) Gib einen Änderungsvorschlag für die Planung an und begründe ihn.

Idee der Wahrscheinlichkeit

33. Fußballbundesliga

Lösung S. 126

In der Bundesliga spielen 18 Vereine in einer Hinrunde und einer Rückrunde um die Deutsche Meisterschaft. An jedem Spieltag finden 9 Spiele statt. In jeder Runde spielen die Vereine 17 Spiele.

a) Erläutere, dass für die Deutsche Meisterschaft 306 Spiele stattfinden.
In einer Saison wurden folgende Ergebnisse bezüglich der insgesamt in einem Spiel erzielten Tore k erreicht.

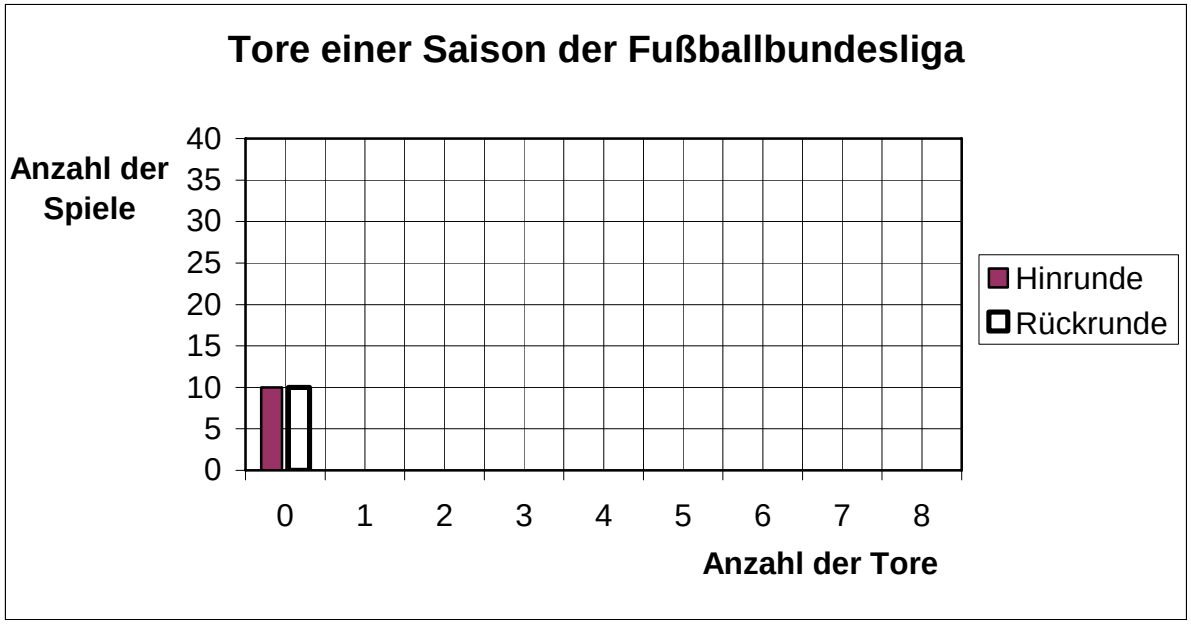
Hinrunde:

Anzahl der Tore k	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Anzahl der Spiele mit k Toren	10	25	34	23	35	12	10	2	2

Rückrunde:

Anzahl der Tore k	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Anzahl der Spiele mit k Toren	10	23	32	31	26	18	7	5	1

b) Stelle die Ergebnisse der beiden Runden in **einem** Säulendiagramm dar. Vervollständige dazu das Diagramm.



c) Berechne die relativen Häufigkeiten der Spiele mit 0, 1, 2, …, 8 erzielten Toren für die gesamte Saison als Bruch und Dezimalzahl mit 3 Stellen nach dem Komma und trage die Ergebnisse in die Tabelle ein.

Anzahl der Tore k	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Relative Häufigkeit als Bruch									
Relative Häufigkeit als Dezimalzahl									

d) Berechne die durchschnittliche Anzahl der Tore pro Spiel für die gesamte Saison.

e) Berechne, um wie viel Prozent dieser Wert bei den Spielen mit 8 Toren überschritten wurde.

f) Vergleiche die Ergebnisse der beiden Runden mit Worten.

g) Bestimme die Anzahl der Spiele und Spieltage **einer** Runde bei einer Liga mit

- 20 Vereinen ,
- 19 Vereinen .

Idee der Wahrscheinlichkeit

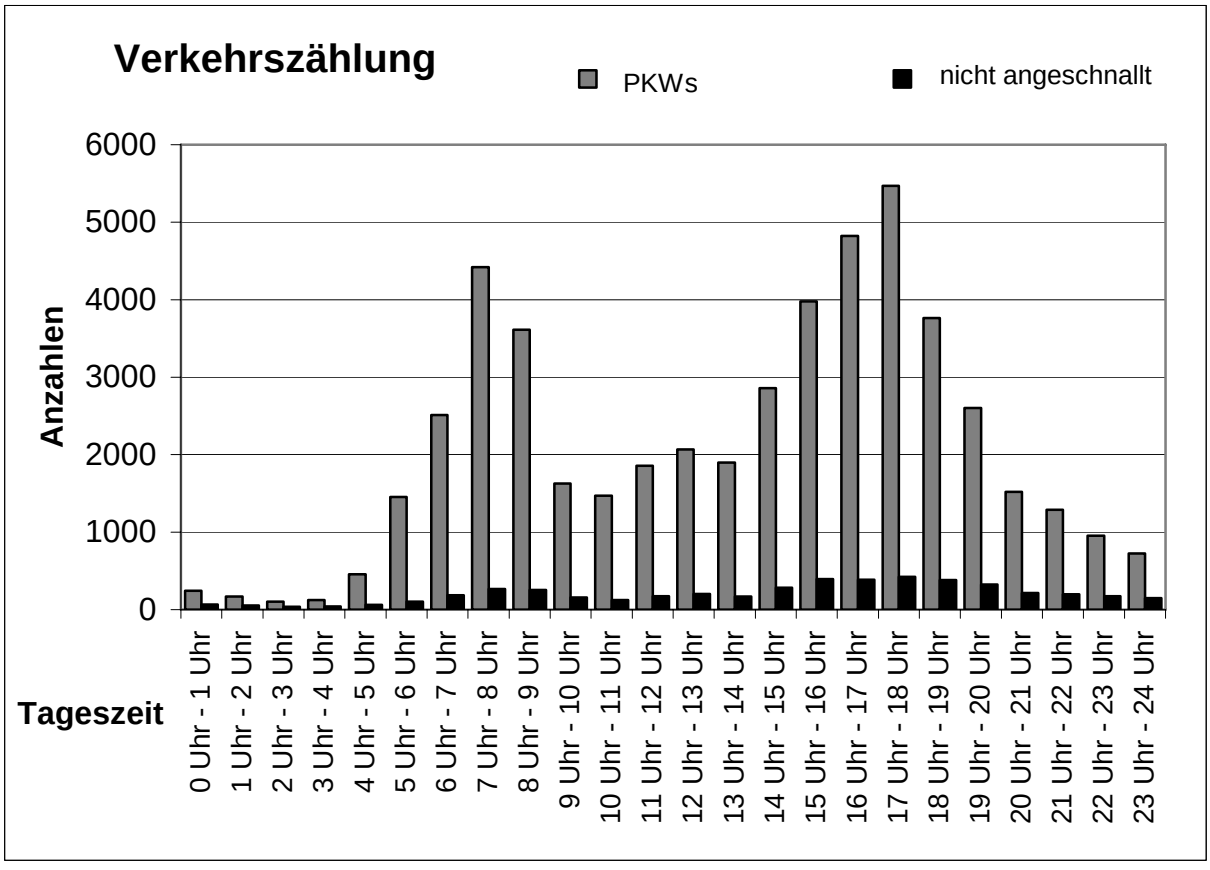
34. Verkehrszählung

Lösung S. 127

An einer Hauptstraße wird während mehrerer ganzer Werktage eine Verkehrszählung durchgeführt, bei der ermittelt wird, wie viele Personenkraftwagen in der jeweiligen Stunde vorbeikommen. Dabei werden gleichzeitig die Pkws gezählt, in denen der Fahrer nicht angeschnallt ist. Die Ergebnisse eines typischen Werktages dieser Zählung sind in der folgenden Tabelle und im Diagramm zusammengefasst:

Zeit-raum	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9	9-10	10-11	11-12
PKWs	243	168	105	122	457	1452	2512	4420	3613	1625	1471	1859
nicht ange-schnallt	67	52	38	41	62	105	187	269	256	157	122	175

Zeit	12-13	13-14	14-15	15-16	16-17	17-18	18-19	19-20	20-21	21-22	22-23	23-24
PKWs	2067	1898	2856	3980	4824	5468	3765	2603	1520	1288	956	723
nicht ange-schnallt	203	169	284	395	388	424	382	326	214	197	172	150



Betrachte jede der folgenden Aussagen über die Verkehrszählung und entscheide, ob sie aufgrund der Daten richtig ist. Begründe jeweils deine Entscheidung.

a) Der Verkehr war am späten Nachmittag am stärksten.

b) Während der Nachtstunden von 22 Uhr bis 7 Uhr wurden nicht mehr Autos gezählt als in einer beliebigen Stunde am Nachmittag.

c) Je stärker der Verkehr, desto weniger Fahrer sind nicht angeschnallt.

d) Im Durchschnitt fuhren etwa 1500 PKWs in jeder Stunde an den Verkehrszählern vorbei.

e) Zu Spitzenzeiten kommt mehr als ein Auto pro Sekunde vorbei.

f) Tagsüber (also zwischen 7 Uhr und 20 Uhr) übersteigt der Anteil der nicht angeschnallten Autofahrer nie 10 %.

g) In den ersten Stunden nach Mitternacht ist der Anteil der nicht angeschnallten Autofahrer am größten.

h) Nachts beobachtet man die meisten nicht angeschnallten Autofahrer pro Stunde.

i) Nachts fahren die meisten Autofahrer nicht angeschnallt.

j) Im Berufsverkehr ist der Anteil der angeschnallten Fahrer am größten.

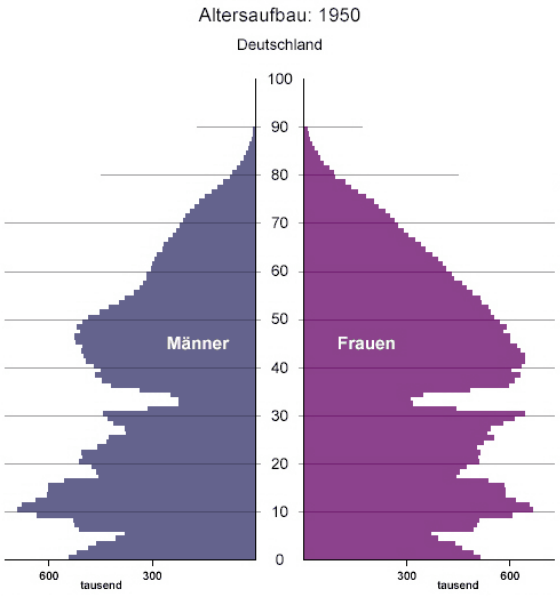
Bemerkung:

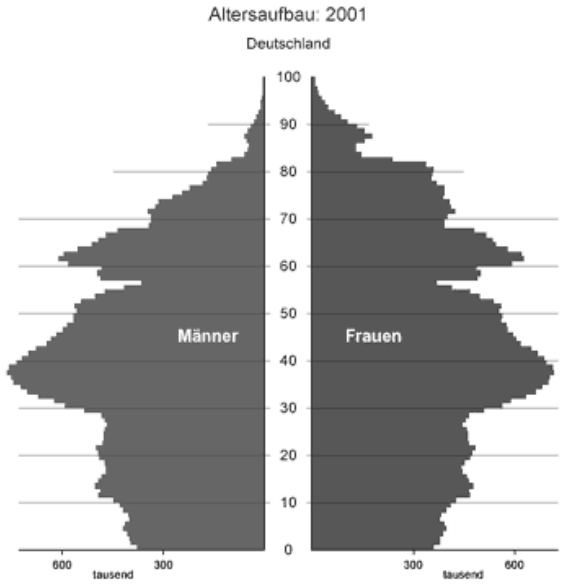
Für die schriftliche Abschlussprüfung sind dies zu viele Fragen; dort würden etwa sechs bis sieben dieser Fragen gestellt werden.

Idee der Wahrscheinlichkeit

35. Bevölkerungsbaum

Schau dir die beiden folgenden Grafiken an.
Die senkrechte Zahlenleiste in der Mitte gibt das jeweilige Alter an, von 0 bis 100 Jahren.
Die waagerechte Zahlenleiste gibt die Anzahl von Männern und Frauen in Deutschland [in 1000 Personen] für jeden Jahrgang an.
Die gleichen Darstellungen findest du zum besseren Ablesen in vergrößertem Format in der Anlage.





[Quelle: " Statistisches Bundesamt Deutschland"]

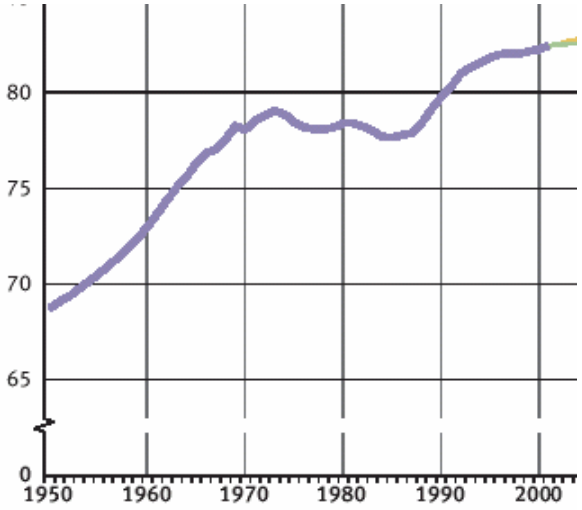
a) Gib ungefähr an, wie viele 20-jährige Frauen 1950 in Deutschland lebten.

b) Gib ungefähr an, wie viele 30-jährige Menschen 2001 in Deutschland lebten.

c) Bestimme, wie viele „Twens“ (Menschen im Alter von 20 bis 29) 2001 ungefähr in Deutschland lebten.

d) Untersuche und begründe, ob die beiden Wahrscheinlichkeiten, dass in Deutschland bei einer Geburt ein Junge bzw. ein Mädchen zur Welt kommt, gleich groß sind.

In der Grafik rechts siehst du die Entwicklung **in Millionen** der Anzahl aller Einwohner in Deutschland vom Jahr 1950 bis zum Jahr 2001.



e) Berechne, um wie viel Prozent die Einwohnerzahl von 1950 bis 2001 zugenommen hat.

f) Untersuche und begründe, ob sich die folgenden Aussagen mit Hilfe der drei Grafiken belegen oder widerlegen lassen:
- Der prozentuale Anteil der 80-jährigen an der Gesamtbevölkerung war 2001 höher als 1950.
- Von 1950 bis 2001 sind in Deutschland mehr Menschen geboren worden als gestorben.

Idee der Wahrscheinlichkeit

36. Mensch ärgere dich nicht

Lösung S. 130

Beim Spiel „Mensch ärgere dich nicht“ braucht man eine Sechs, um eine Figur auf das Startfeld stellen zu können. Hat man keine Figur im Feld, so hat man drei Versuche, um eine Sechs zu würfeln; glückt hier keine Sechs, muss man bis zur nächsten Runde warten.

a) Gib die Wahrscheinlichkeit an, beim einmaligen Würfeln eine Sechs zu würfeln.
Gib die Wahrscheinlichkeit dafür an, beim ersten Wurf keine Sechs zu würfeln.
Wie groß ist demzufolge die Wahrscheinlichkeit, seine Figur gleich beim ersten Wurf auf das Startfeld stellen zu können?

b) Felix hat im ersten Wurf eine Zwei gewürfelt, im zweiten Wurf eine Fünf.
Gib an, mit welcher Wahrscheinlichkeit er im dritten Wurf eine Sechs würfelt.

c) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass man nach dem zweiten Wurf seine Figur auf das Startfeld stellen kann.

d) Wenn man „Glück hat“, kann man in der ersten Runde (also: während der ersten drei Würfe) seine Figur auf das Startfeld stellen. Beschreibe die Situation durch ein Baumdiagramm und bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür. Interpretiere „Glück haben“ mithilfe deines Ergebnisses.

e) Felix hat es schon drei Runden lang nicht geschafft, eine Figur einzuwürfeln. Den Tränen nahe sagt er: „Das ist so unfair! Das passiert nur in jedem tausendsten Fall, und ausgerechnet bei mir muss das passieren!“
Entscheide, ob Felix Recht hat.

f) „Ach was, hab‘ dich doch nicht so!“ antwortet seine Schwester Miriam. „Schau, wir sind vier Spieler, und da muss man schon davon ausgehen, dass einer von ihnen im ersten Durchgang nicht rauskommt.“
Beurteile Miriams Aussage.

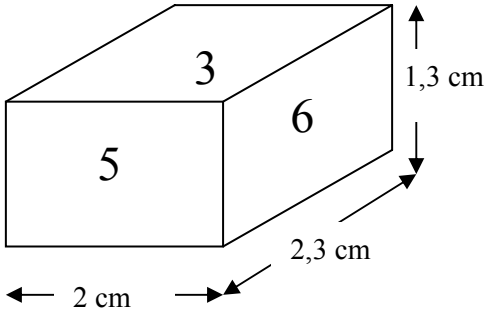
Idee der Wahrscheinlichkeit

37. Quader

Lösung S. 132

Gerd, Frauke und Martha wollen auf ihrem Schulfest eine Würfelbude aufmachen.

Allerdings soll nicht mit einem normalen Würfel, sondern mit einem Quader (siehe Abbildung) geworfen werden.



a) Bevor sie sich ein schönes Spiel überlegen können, müssen die drei erst einmal wissen, mit welcher Wahrscheinlichkeit die einzelnen Zahlen geworfen werden. Deshalb haben sie das Quaderwerfen ausprobiert und jeder hat 400-mal geworfen. Die Ergebnisse sind in der folgenden Tabelle zusammengefasst.

	1	2	3	4	5	6
Gerd	43	34	122	119	40	42
Frauke	43	36	115	125	33	48
Martha	46	35	117	123	32	47
Absolute Häufigkeit						
Relative Häufigkeit						
Relative Häufigkeit in Prozent						

Bestimme jeweils unter allen Würfen die absoluten Häufigkeiten für die einzelnen geworfenen Zahlen.
Bestimme auch die relativen Häufigkeiten als Dezimalzahlen auf zwei Stellen nach dem Komma.
Gib die relative Häufigkeit als Prozentzahl ohne Nachkommastelle gerundet an.

b) Gerd ist noch nicht zufrieden. Er meint: „Wenn wir eine Vorhersage für unsere Losbude haben wollen, so müssen wir doch beachten, dass aus Symmetriegründen die Wahrscheinlichkeit für das Werfen von gegenüberliegenden Zahlen gleich groß sein muss."
Begründe, dass dann die folgenden Wahrscheinlichkeiten eine gute Vorhersagemöglichkeit darstellen:

	1	2	3	4	5	6
Wahrscheinlichkeit in Prozent	11	9	30	30	9	11

c) Martha meint, dass sie sich zu viel Arbeit mit dem Werfen gemacht haben. Es sei doch viel einfacher, die Wahrscheinlichkeiten zu berechnen.
Sie überlegt: Je größer die Fläche, desto häufiger fallen die entsprechenden Zahlen. Man müsste die Flächeninhalte der einzelnen Seiten bestimmen. Der jeweilige Anteil an der gesamten Oberfläche müsste dann der Wahrscheinlichkeit entsprechen, mit der die Zahl gewürfelt wird.
Beurteile, ob Martha Recht hat oder nicht.

d) Mit dem Erlös aus dem Würfelspiel möchten die drei einen Zuschuss für die nächste Klassenreise erwirtschaften. Sie haben sich das folgende Spiel mit den Quadern überlegt:
Jeder Spieler zahlt einen Einsatz von 1 €. Dann wird einmal mit dem Quader gewürfelt.
Wird eine 5 gewürfelt, so erhält der Spieler 6 € ausbezahlt.
Wird eine 2 gewürfelt, so erhält der Spieler 5 € ausbezahlt.
Wird eine 3 gewürfelt, so erhält der Spieler 1 € ausbezahlt.
Ansonsten wird der Einsatz einbehalten.
Können die drei damit rechnen, einen Gewinn zu machen? Begründe.

e) Überlege dir bei einem Einsatz von 1 Euro eine Spielvorschrift, bei dem die drei Losbudenbetreiber mit einem Gewinn rechnen.
Bestimme bei deiner Vorschrift den Gewinn, den man durchschnittlich erwarten kann.

Idee der Wahrscheinlichkeit

38. Motorausfall

Lösung S. 133

Im Schmuggelverkehr zwischen den Bahamas und Florida setzen die Mafiosi starke Schnellboote ein, die jeweils zwei Außenbordmotoren haben. Diese Motoren arbeiten an den Booten unabhängig voneinander.

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Motor bei einer Fahrt ausfällt, können die Mafiosi aufgrund ihrer langen Erfahrung mit $P = 2\,\%$ annehmen.

a) Gib eine grobe Abschätzung für die Wahrscheinlichkeit an, dass ein Schmuggelboot wegen des Ausfalls beider Außenbordmotoren bewegungsunfähig ist:

hoch: 50 % mittel: 10 % klein: 2 % sehr klein: 0,04 %

b) Berechne die Gegenwahrscheinlichkeit zu $P = 2\,\%$.

c) Kreuze die Formulierungen an, die das Gegenereignis zu dem Ereignis „Mindestens ein Motor fällt aus“ beschreiben (Mehrfachnennungen sind möglich):

(1) Das Schnellboot ist trotzdem bewegungsunfähig.

(2) Beide Motoren sind intakt.

(3) Ein weiterer Außenbordmotor fällt aus.

(4) Kein Motor fällt aus.

(5) Beide Motoren fallen aus.

d) Gonzalez will die Wahrscheinlichkeit errechnen, dass bei einer Fahrt genau ein Motor ausfällt. Er rechnet

$p(\text{"}Ein\,Motor\,fällt\,aus\text{"}) = 0,2 \cdot 0,98 = 0,196 = 1,96\%$

Sein Boss stellt fest, dass er bei dieser Berechnung mehrere Fehler gemacht hat.
Gib die Fehler an und korrigiere sie.

e) Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Schmuggelschnellboot nicht infolge Motorenschadens bewegungsunfähig ist (und damit immer noch die Chance hat, in den Zielhafen zu kommen, wenn die Küstenwache nicht aufpasst).

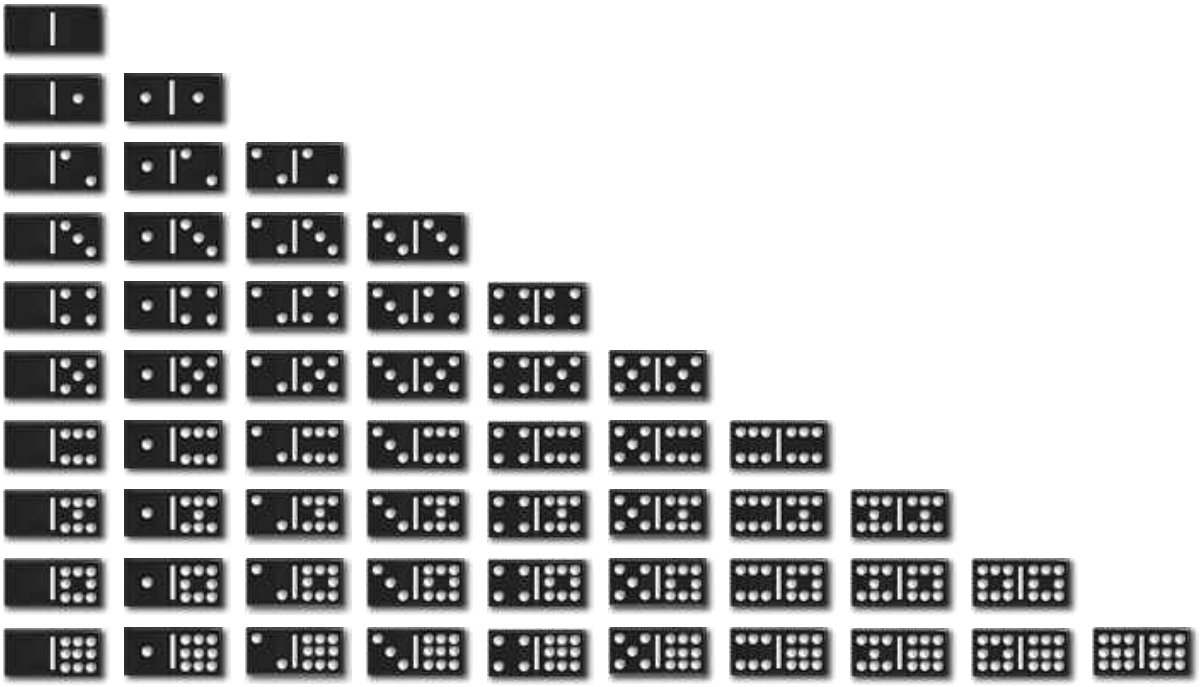
Idee der Wahrscheinlichkeit

39. Spiel mit Dominosteinen

Lösung S. 134

Anna und Leo haben im Urlaub lange und viel Domino gespielt. Nun möchten sie etwas Abwechslung haben und überlegen, wie sie mithilfe der Dominosteine ein neues Spiel erfinden können.
Anna schlägt vor: „Alle Steine liegen umgedreht auf dem Tisch. Ein Stein wird aufgedeckt. Wir denken uns eine Regel aus, sodass entweder du gewinnst oder ich. Der Gewinner erhält 1 Spiel-Euro. Anschließend wird der Stein wieder umgedreht, wir mischen die Steine und ziehen abwechselnd von neuem."

Ein Dominospiel besteht aus 55 unterschiedlichen Steinen (siehe Abbildung).



Leo und Anna spielen entsprechend der folgenden Spielregel: Alle Steine, bis auf einen, liegen umgedreht auf dem Tisch. Sie ziehen abwechselnd einen Stein.

d) Leo meint: „Lass uns die Regel in Abhängigkeit von der Gesamtaugenzahl auf einem Stein aufstellen." Dazu benötigen sie die folgende Tabelle. Vervollständige sie.

Augenwert	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Anzahl der Steine mit diesem Augenwert	1	1	2	2						5									

Anschließend überlegen sich Anna und Leo die Wahrscheinlichkeiten für die einzelnen Ereignisse. Vervollständige die Tabelle.

Augenwert	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Wahrscheinlichkeit für diesen Augenwert																			

e) Leo schlägt nun die folgende Spielregel vor: „Hat der aufgedeckte Stein eine einstellige Augenzahl, gewinne ich. Sonst gewinnst du.“ Anna ist damit nicht einverstanden: „Das Spiel ist nicht fair. Du würdest häufiger gewinnen als ich.“
Begründe, warum Anna Recht hat.

f) „Mit einer ungeraden Gesamtanzahl von Steinen bekommen wir so kein faires Spiel hin. „Wir müssen den Gewinn verändern,“ meint Anna. „Ich schlage vor, dass du 40 Eurocent bekommst, wenn der aufdeckte Stein eine einstellige Augenzahl hat, anderenfalls bekomme ich 60 Eurocent.“
Begründe, dass das immer noch kein faires Spiel ergibt, und bestimme den durchschnittlichen Gewinn oder Verlust von Leo bei 50 Ziehungen.

g) Bestimme einen möglichen Gewinnplan für ein faires Spiel.

h) Nachdem die beiden 50 Mal mit einer fairen Regel entsprechend d) gespielt haben, hat Anna viel mehr Spielgeld mehr als Leo.
“Das kann doch gar nicht sein“, meint Leo, „irgendetwas ist hier schief gelaufen.“
Entscheide, ob Leo Recht hat.

Idee der Wahrscheinlichkeit

40. Wortlegespiel

Lösung S. 135

In einem Kreuzworträtselspiel, wie z. B. Scrabble, werden nur die 26 Großbuchstaben des Alphabets (außer Ä, Ö, Ü) verwendet. Die Buchstabenplättchen sind wie folgt vorhanden:

Die Vokale A – 25 mal; E – 30 mal; I – 15 mal; O – 10 mal; U – 10 mal; und jeder Konsonant 18 mal.

a) Zeige, dass es insgesamt 468 Buchstabenplättchen sind.

b) Gib die Wahrscheinlichkeit an für das einmalige Ziehen eines Buchstabenplättchens mit
- einem A,
- einem W,
- einem Vokal;
- einem Konsonanten.

c) Was ist wahrscheinlicher,
- einen der ersten 13 Buchstaben des Alphabets oder
- einen der letzten 13 Buchstaben des Alphabets zu ziehen?
Begründe deine Aussage.

d) Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei zweimaligem Ziehen eines Buchstabenplättchens ohne Zurücklegen
- zwei Vokale gezogen werden
- zwei Konsonanten gezogen werden
- erst ein Vokal und dann ein Konsonant gezogen wird.

e) Bestimme die Wahrscheinlichkeit mit den Buchstabenplättchen durch viermaliges Ziehen ohne Zurücklegen (Beachtung der Reihenfolge) die Buchstabenkombination HAUS zu erhalten.

Idee der Wahrscheinlichkeit

41. Volksabstimmung

Lösung S. 136

Am 29. Mai 2005 stimmten die Franzosen über die Verfassung der Europäischen Union ab, am 1. Juni 2005 die Niederländer.

Die Ergebnisse sind in folgender Tabelle zu finden:

	Frankreich	Niederlande
Zahl der Abstimmungsberechtigten	42,0 Millionen	11,6 Millionen
Abstimmungsbeteiligung	70 %	64 %
Anteil der Ja-Stimmen	45,1 %	38,4 %
Anteil der Nein-Stimmen	54,9 %	61,6 %

a) Bestimme die Zahl der Franzosen, die sich am Referendum beteiligt haben.

b) Zeige, dass in den Niederlanden etwa 2 850 000 Bürger mit „Ja“ gestimmt haben.
Entscheide: Kann man sagen, dass sich in den Niederlanden die Mehrheit der Bürger gegen die Verfassung entschieden hat?

c) Der französische Präsident und der niederländische Premierminister seufzen nach der Abstimmung:
„Wenn doch nur (jeweils) eine halbe Million mehr zur Abstimmung gegangen wären und mit „Ja“ gestimmt hätten, dann sähe alles anders aus.“
Entscheide: Stimmt diese Aussage?

Im Vorfeld der Abstimmungen gab es in beiden Ländern repräsentative Befragungen der Bürger mit folgenden Ergebnissen:

	Frankreich	Niederlande
Zahl der Befragten	600	1200
„Ich werde zur Abstimmung gehen“	410	760
„Ich werde für die Verfassung stimmen“	206	304
„Ich werde gegen die Verfassung stimmen“	204	456

d) Berechne, wie gut die Abstimmungsbeteiligung in den Niederlanden vorhergesagt wurde.

e) Auf den ersten Blick widerspricht das Ergebnis der Befragung in Frankreich dem Ergebnis der Abstimmung.
Bestimme, wie viele der 410 befragten Wahlwilligen andere Aussage hätten machen müssen, um bei der Befragung denselben „Nein“-Anteil zu erzielen wie bei der großen Abstimmung.

Die Wahlforscher geben zu bedenken: “Wir können bei solchen Befragungen, bei denen wir n Personen interviewen, nur einen Sicherheitsbereich angeben. Die Breite dieses Bereichs berechnen wir etwa so: $b \approx \frac{1}{\sqrt{n}}$. Und deswegen können wir sagen: Unsere Vorhersagen sind nur auf $b \approx 100 \cdot \frac{1}{\sqrt{n}}$ Prozent genau.“

f) Bestimme den Wert für b im Falle der Franzosen und entscheide, ob das Ergebnis der Abstimmung noch in diesem Bereich lag.

3 Erwartungshorizonte zu den Aufgaben und Bewertungshinweise

3.1 Aufgaben, die ohne Einsatz des Taschenrechners bearbeitet werden

3.1.1 Multiple-choice-Aufgaben

Aufgabe	A	B	C	D	Lösung
a) $\frac{3}{4} \cdot 16 = \ldots$				12	D
b) $0{,}08 \cdot 300 = \ldots$	24				A
c) 2,5 h = … min			150 min		C
d) $\frac{1}{4}$ m = … cm	25 cm				A
e) 24 km = … m		24 000 m			B
f) $\frac{3}{4}$ = …			75 %		C
g) $22 \cdot 18 = 11 \cdot \ldots$				36	D
h) Um welchen Faktor ändert sich das Volumen eines Zylinders, wenn der Radius verdoppelt wird?		4			B
i) Addiert man zu einer Zahl $3\frac{2}{5}$, so erhält man $7\frac{1}{2}$. Wie heißt die Zahl?	$4\frac{1}{10}$				A
j) $3^2 : 3^3 = \ldots$			$\frac{1}{3}$		C
k) $2 \cdot (x - 6) =$	$2x - 12$				A
l) Welche Gleichung gehört zu folgendem Zahlenrätsel? Addiert man zum 4-fachen einer Zahl das 6-fache einer zweiten, so erhält man 6.	$4x + 6y = 6$				A
m) Von 4 Gefäßen wird der Rauminhalt bestimmt. In welches Gefäß passt am meisten hinein?			4 m³		C
n) Ein Fahrzeug legt in fünf Minuten einen Weg von 6 km zurück. Wie hoch ist seine (Durchschnitts-) Geschwindigkeit?				$72\frac{\text{km}}{\text{h}}$	D
o) Ein Geschäftsmann konnte seinen Gewinn im letzten Jahr um 8 % steigern. Der Mehrgewinn betrug 4000 €. Wie hoch war sein Gewinn im Jahr zuvor?	50 000 €				A
Die ersten 7 Aufgaben sind Anforderungsbereich I, die folgenden 8 Anforderungsbereich II (je Aufgabe 1 Punkt)					

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
2.	**Deowirkung** Die Grafik in b) stellt den Sachverhalt richtig dar. Begründung: Die Darstellung b) ist richtig, weil K fast konstant bleibt.	2	2	
3.	**Flächenanzahl und Flächenarten** 3 Dreiecke, 3 Vierecke, 3 Fünfecke		3	
4.	**Flächeninhalt bestimmen** $A = 2A_R + 2A_{HK} + 2 \cdot (A_R - A_{HK})$; (mit $A_R = 2\,\text{cm}^2$); $A = 4A_R$; $A = 8\,\text{cm}^2$. Durch geeignete Verschiebung von Teilflächen lassen sich 2 Quadrate mit der Seitenlänge von jeweils 2 cm erzeugen. Ein Text oder Skizzen, die Hinzufügen und Wegnehmen von Flächenteilen deutlich machen, sind als Lösungsweg ebenso richtig.		4	
5.	**Planetenentfernungen** Venus: $3{,}832 \cdot 10^7$ km; Mars: $4{,}55 \cdot 10^7$ km; Merkur: $8{,}0 \cdot 10^7$ km; Jupiter: $5{,}88 \cdot 10^8$ km	4		
6.	$x^2 - 5x + \underline{2{,}5^2}$ *(oder* $x^2 - 5x + 6{,}25$*)* $= (\underline{x - 2{,}5})^2$, Scheitelpunkt $S(\underline{2{,}5} \mid \underline{0})$			2 2
	Insgesamt 34 BWE	13	17	4

3.1.2 Weitere Beispiele für Teilaufgaben zum Prüfungsteil 1

1. Buchstabenrätsel

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	In der Hunderterstelle wird H im Ergebnis zu A, I + I muss also einen Übertrag ergeben.		2	
b)	Da der Übertrag selbst bei S > 4 und I = 9 maximal 1 wird, und die Addition Übertrag + H dazu führt, dass T sich in der Tausenderstelle ändert, muss H = 9 sein.			3
c)	Es muss gelten T = 8, weil H = 9 und T + 1 = H.		2	
d)	8 9 6 2 + 6 2 = 9 0 2 4 8 9 7 6 + 7 6 = 9 0 5 2 *Der Hinweis in der Aufgabenstellung, dass gleiche Buchstaben die gleiche Ziffer darstellen, bedeutet nicht, dass zueinander nicht gleiche Buchstaben nicht dennoch für ein und dieselbe Ziffer stehen können.*		2	

		Zuordnung, Bewertung		
	Insgesamt 9 BWE		6	3

2. Teilbarkeitsbehauptungen

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Weil die Vielfachen von 3 in 3er-Schritten aufeinander folgen, muss eine von 3 aufeinander folgenden Zahlen durch 3 teilbar sein. ⇒ Die Behauptung stimmt.		2	
b)	Weil zu 3 aufeinander folgenden Zahlen stets mindestens eine gerade Zahl und eine durch 3 teilbare Zahl gehört, muss das Produkt durch 2 und durch 3 und damit auch durch 6 teilbar sein. ⇒ Die Behauptung stimmt.			3
c)	$1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$; 4 ist nicht Teiler von 6 ⇒ Die Behauptung ist falsch.		2	
	Insgesamt 7 BWE		4	3

3. Druckerei

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Eine Postkarte kostet bei einer Auflage von 5000 Stück 10 Cent, denn $\frac{20000}{5000} + 6 = 4 + 6 = 10$.		1	
b)	Mit steigender Auflagenzahl sinken die Kosten pro Stück, da die Variable im Nenner des Terms auftritt.		2	
c)	Die Kosten pro Postkarte müssen – auch bei einer sehr großen Auflagenzahl – stets noch etwas über 6 Cent liegen, da immer noch etwas Positives dazu addiert wird. Oder z.B. In der Formel müsste $\frac{20\,000}{n} = 0$ gelten. Das geht bei endlichem *n* nicht.		2	

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
d)	Materialkosten pro Karte oder Mindesteinnahme der Firma pro Karte oder … Alle im Kontext der Aufgabe sinnvollen Antworten sind richtig.			2
	Insgesamt 7 BWE	0	5	2

4. Preisvergleich beim Rollerkauf

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	3 % von 2250 € = 67,50€, 2250 € – 67,50 € = 2182,50€ Der Rolli XZR bei Kawazuki ist billiger.		2	
b)	$K_n = 2000 \cdot 1{,}05^2 = 2205$. Das Geld reicht für den Kauf von Rolli XZR.		2	
	Insgesamt 4 BWE		4	

5. Fehler mit Binomen

Lösung S. 76

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	24^2 ist richtig und 51^2 ebenfalls. Dagegen ist 33² = 1089 und 42² = 1764.	3	2	
b)	Das mittlere Glied in a² + **2ab** + b² wurde vermutlich vergessen.		2	
c)	2. Binomische Formel $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $69^2 = (70-1)^2 = 4900 - 140 + 1 = 4761$.		2	
	Insgesamt 9 BWE	3	6	

6. Prozentaufgaben

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	$\frac{3}{4}$	1		
b)	20 %		1	

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
c)	48 €		1	
d)	50 %		1	
e)	Diagramm (1)		1	
	Insgesamt 5 BWE	1	4	

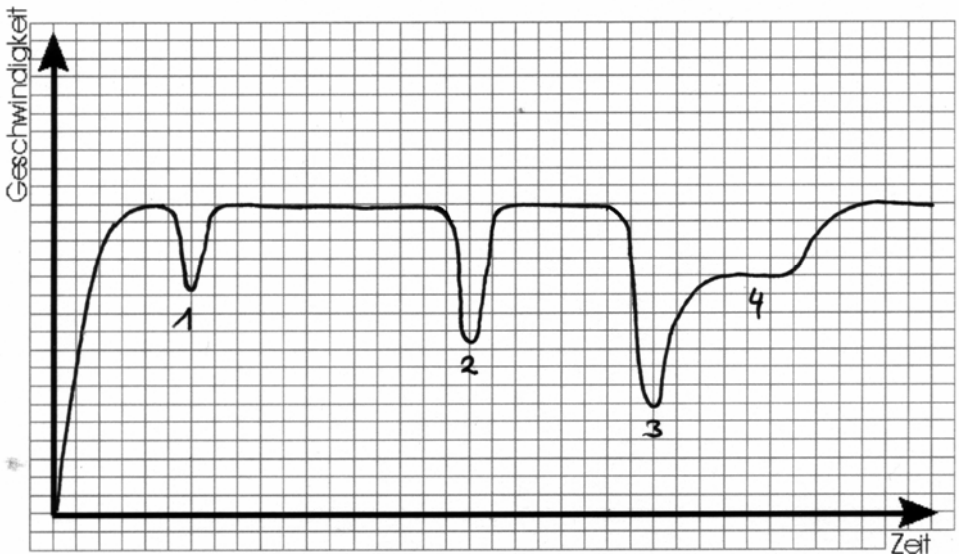
7. Fahrradtour

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	20 km		2	
b)	30 Minuten		2	
	Insgesamt 4 BWE		4	

8. Benzinverbrauch

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	100 km		1	
b)	35 Liter		1	
c)	Vor dem 1. Tanken: 5 Liter pro 100 km zwischen dem 1. und 2. Tanken: 3,75 Liter pro 100 km		4	
d)	$(5+15+15) : 7 = 35 : 7 = 5$. Der Benzinverbrauch auf der Gesamtstrecke beträgt 5 Liter pro 100 km.		3	
	Insgesamt 9 BWE		9	

9. Autorennen

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Skizze mit Begründungen:  Moderne Formel 1-Wagen können innerhalb von wenigen Sekunden auf ihre Höchstgeschwindigkeit beschleunigen. Nach dem Start beschleunigt der Rennwagen bis zur Höchstgeschwindigkeit. Kurz vor der Kurve (1) wird abgebremst, um gegen Ende der Kurve wieder auf die auf Höchstgeschwindigkeit zu beschleunigen. Dann fährt der Rennwagen eine längere Strecke geradeaus, um dann vor der nun engeren Kurve (2) stärker abzubremsen. Nach einer Beschleunigung wiederum auf die Höchstgeschwindigkeit wird der Wagen aufgrund der „engsten“ Kurve (3) am stärksten abgebremst. In der weiten Kurve (4) kann der Wagen nicht mit seine Höchstgeschwindigkeit fahren. Die Höchstgeschwindigkeit erreicht er erst wieder auf der Zielgeraden. *Die Skizze kann natürlich anders aussehen, sie muss jedoch den Sachverhalt sinnvoll wiedergeben; analoges gilt für die Kommentare, die auch in Stichworten sein dürfen.*		5	2
	Insgesamt 7 BWE		5	2

10. Fläche bestimmen

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	$A = 36 - \pi \cdot 2^2 = 36 - 4\pi \approx 23{,}4$ (cm^2)		4	
b)	Sei die Kantenlänge a. Dann ist $A = 36 \cdot a^2 - \pi \cdot (2a)^2 = 4a^2 \cdot (9 - \pi)$.		4	
	Insgesamt 8 BWE		8	

11. Graphen zu Gefäßen zuordnen

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	a/E: gleichmäßige Füllung, deshalb linearer Verlauf des Füllgraphen b/A: je höher der Füllstand, desto größer der Querschnitt, Füllhöhe wächst langsamer c/B: bis zum Flaschenhals gleichmäßige Füllung, dann schnellere gleichmäßige Füllung d/C: erst größer werdender Querschnitt und langsamer steigender Graph, dann kleiner werdender Querschnitt und schneller steigender Graph, am Hals konstant steigender Graph.		4	4
	Insgesamt 8 BWE		4	4

3.2 Aufgaben, die mit Einsatz des Taschenrechners bearbeitet werden

1. DIN-Formate

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Die Flächeninhalte stehen im Verhältnis $2^3 : 1 = 8 : 1$. A6 passt 8-mal in A4 *(oder ähnliches).*	2	2	
b)	A6	2		
c)	A1: $2^1 = 2$ Lagen; A2: $2^2 = 4$ Lagen;…; A6: $2^6 = 64$ Lagen. *(oder ohne Zweierpotenzen Schritt für Schritt berechnet)*	2	2	
d)	• Seitenlängen eines DIN-A-Blattes: $\frac{a_0}{b_0} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ und $a_0 \cdot b_0 = 1000$: Daraus folgt $a_0 \cdot a_0 \cdot \sqrt{2} = 1\,000\,000$ $a_0 = \sqrt{\frac{1\,000\,000}{\sqrt{2}}} \approx 840{,}896...$ $b_0 \approx 1189{,}207...$ Die Seitenlängen eines DIN-A0-Blattes betragen 841 mm bzw. 1189 mm. • Seitenlängen eines DIN-A4-Blattes: Ein DIN-A4-Blatt passt $2^4 = 16$-mal in ein DIN-A0-Blatt. Dann gilt: $a_4 = \sqrt{\frac{1\,000\,000}{16 \cdot \sqrt{2}}} \approx 210{,}224...$ $b_0 \approx 297{,}301...$ Die Seitenlängen eines DIN-A0-Blattes betragen 210 mm bzw. 297 mm.		6	2
e)	Die Flächen der beiden Formate stehen im Verhältnis 2 : 1, die Seitenlängen im Verhältnis $\sqrt{2} : 1$. Das Kopiergerät muss also auf $\frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0{,}707... \approx 71\,\%$ eingestellt werden.			4
	Insgesamt 22 BWE	6	10	6

2. Lichtgeschwindigkeit

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	$w_{Ü1} = 3600 \cdot 2{,}9979 \cdot 10^5 \approx 3{,}6 \cdot 3 \cdot 10^8 = 1{,}08 \cdot 10^9$ (km) Grobe Überschläge sind möglich: $w_{Ü2} \approx 4 \cdot 3 \cdot 10^8 = 1{,}2 \cdot 10^9$ (km) Beschreibung z.B.: *Ich runde 3600 auf 4000 und 2,9979 auf 3, damit man möglichst einfach weiterrechnen kann.*	2	3	
b)	$w_{TR} = 1{,}079244 \cdot 10^9$	3		
c)	$\frac{1{,}08 \cdot 10^9}{1{,}5 \cdot 10^8} = 7{,}2$. Das Licht legt also in einer Stunde etwa die 7-fache Entfernung von der Sonne zur Erde zurück. (Grobe Näherung ergibt 8-fache Entfernung)		4	
d)	$\frac{w_{Ü1} - w_{TR}}{w_{TR}} = \frac{0{,}000756 \cdot 10^9}{1{,}079244 \cdot 10^9} = 0{,}0007 \approx 0{,}07\%$, oder $\frac{w_{Ü2} - w_{TR}}{w_{TR}} = 0{,}111889 \approx 11{,}2\%$.		5	
e)	$t = \frac{1{,}5 \cdot 10^8}{2{,}9979 \cdot 10^5} \approx 0{,}5 \cdot 10^3 = 500s$. $\Rightarrow$ Die Aussage kann auf gut 8 min verbessert werden oder auch z.B. Die Aussage stimmt, denn 500s (= 8min 20s) sind fast 10 Minuten.			5
	Insgesamt 22 BWE	5	9	5

3. Autokauf

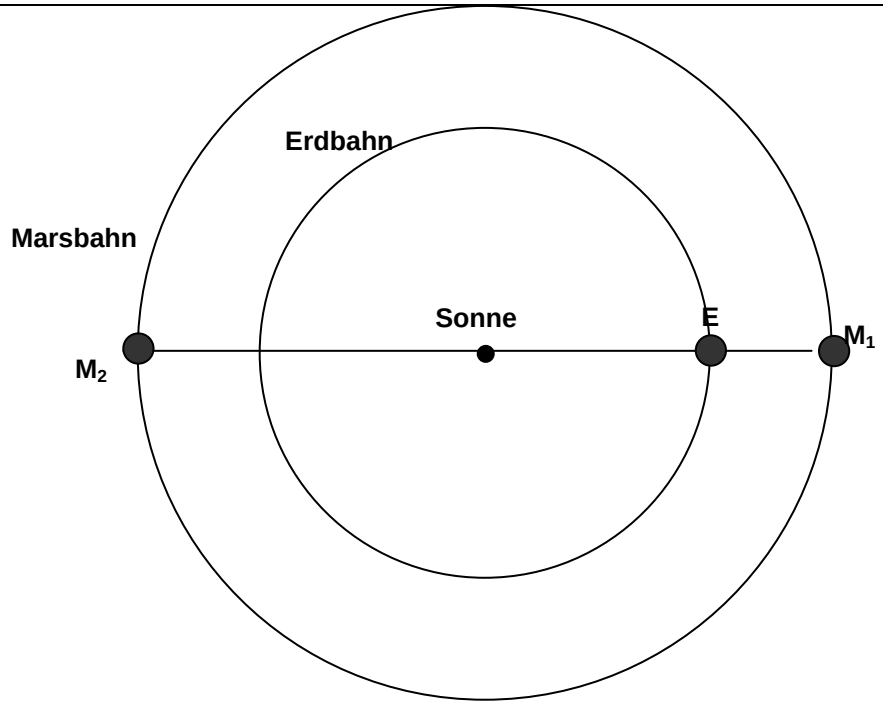
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)		6		
b)	Bei einer jährlichen Fahrtstrecke von 20 000 km bzw. 30 000 km ist es günstiger, ein Dieselfahrzeug zu fahren.	1		
c)	Bei einer jährlichen Fahrleistung von 30 000 km ist ein Diesel um 278,70 € billiger.	1		

jährlich gefahrene Strecke	Benzinmotor jährliche Kraftstoffkosten	Benzinmotor jährliche Gesamtkosten (Kraftstoffkosten + Festkosten)	Dieselmotor jährliche Kraftstoffkosten	Dieselmotor jährliche Gesamtkosten (Kraftstoffkosten + Festkosten)
10 000 km	809,20 €	3 100,60 €	556,50 €	3 327,30 €
20 000 km	1 618,40 €	3 909,80 €	1 113,00 €	3 883,80 €
30 000 km	2 427,60 €	4 719,00 €	1 669,50 €	4 440,30 €

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
d)	Benzinauto: Der Kraftstoffverbrauch bei einem Kilometer ist $\frac{6,8}{100}$ Liter $= 0,068$ Liter . 0,068 Liter Benzin kosten $0,068 \cdot 1,19\ € = 0,08092\ €$, also gilt für die Gesamtkosten f des Neuwagens mit Benzinmotor: $f(x) = 0,08092 \cdot x + 2291,40$		2	
	Dieselauto: Der Kraftstoffverbrauch bei einem Kilometer ist $\frac{5,3}{100}$ Liter $= 0,053$ Liter . 0,053 Liter Benzin kosten $0,053 \cdot 1,05\ € = 0,05565\ €$, also gilt für die Gesamtkosten g eines Dieselautos: $g(x) = 0,05565 \cdot x + 2770,80$		2	
	Jährliche Kilometerleistung, bei der die Gesamtkosten gleich sind: $0,08092 \cdot x + 2291,40 = 0,05565 \cdot x + 2770,80$ $0,02527 \cdot x = 479,4$ $x = 18971,1...$ Ab einer jährlichen Kilometerleistung von etwa 19 000 km ist das Dieselfahrzeug günstiger.		2	
e)	Mehrkosten beim Kauf eines Dieselfahrzeugs: $18350\ € - 17275\ € = 1075\ €$ $1075 : 278,7 \approx 3,86$ Herr Timm muss fast 4 Jahre fahren, um die Mehrkosten beim Kauf seines Dieselfahrzeugs auszugleichen.	1		2 1
f)	$12\,000 \cdot 1,027^3 = 12998,480196$. Herr Timm kann nach drei Jahren 12 998,48 € von seinem Sparbuch abheben. Herr Timm muss noch $18\,350\ € - 12\,998,48\ € = 5\,351,52\ €$ dazulegen.		4	
	Insgesamt 22 BWE	9	10	3

4. Planeten

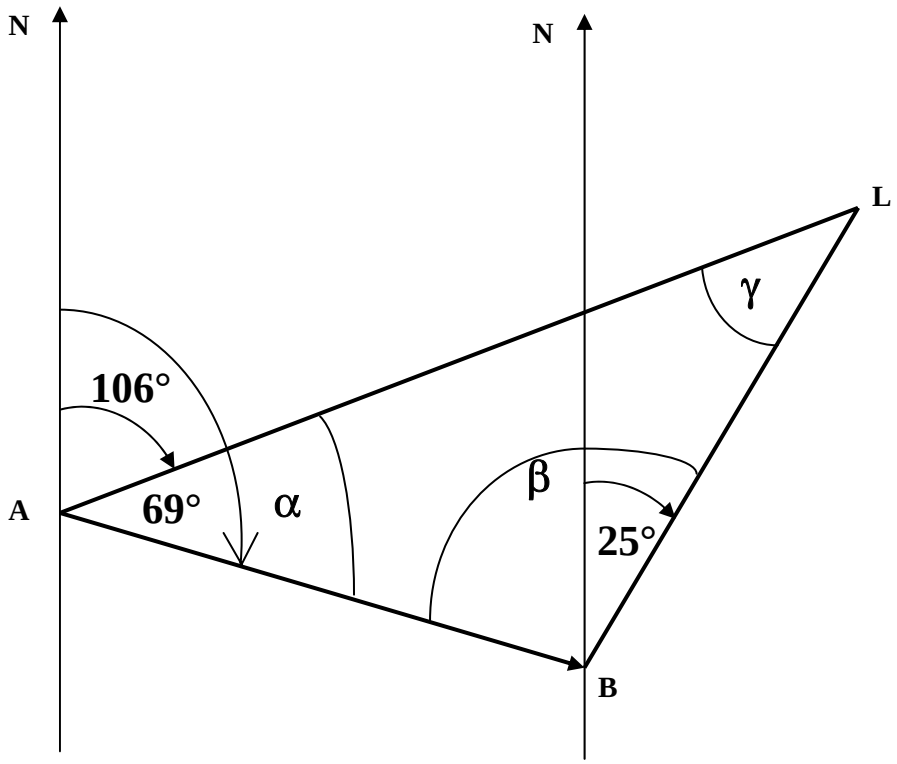
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	*Sonne, Mars und Erde liegen auf einer Geraden. Bei der kleinstmöglichen Entfernung liegt die Erde zwischen Sonne und Mars. Bei der größtmöglichen Entfernung liegt die Sonne zwischen Mars und Erde.*	3		

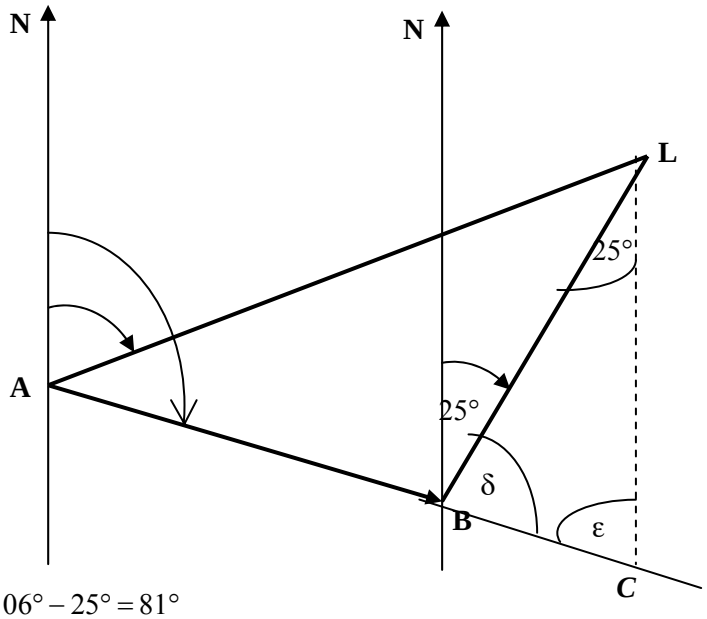
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
				
b)	Die kleinstmögliche Entfernung zwischen beiden Planeten ist die Sonnenentfernungsdifferenz: $230\,000\,000\text{ km} - 150\,000\,000\text{ km} = 80\,000\,000\text{ km}\,[=8\cdot10^{7}\text{ km} = 8\cdot10^{10}\text{ m}]$. Die größtmögliche Entfernung zwischen beiden Planeten liegt vor, wenn Sonne, Erde und Mars sich auf einer Geraden befinden und die Sonne zwischen ihnen liegt. Die größte Entfernung ist die Summe der jeweiligen Sonnenentfernungen: $230\,000\,000\text{ km} + 150\,000\,000\text{ km} = 380\,000\,000\text{ km}\,[=3{,}8\cdot10^{8}\text{km} = 3{,}8\cdot10^{11}\text{m}]$	3 3		
c)	Teilt man die Entfernung von 150 000 000 km durch die Lichtgeschwindigkeit von 300 000 km/s, so erhält man die Zeit von 500 s. Das sind 8 Minuten und 20 Sekunden.		3	
d)	$20 : 150\,000\,000 = x : 230\,000\,000$ $x = \frac{230\,000\,000 \cdot 20}{150\,000\,000}$ $x = 30,\overline{6}$ In dem Modell beträgt der Abstand von der Sonne zum Mars ungefähr 30,7 m.		3	
e)	$2 : 12\,760 = x : 1\,392\,000$ $x = \frac{1\,392\,000 \cdot 2}{12\,760}$ $x = 218,\overline{18}$ Die Sonne müsste durch eine Kugel mit einem Durchmesser von ca. 2,18 m dargestellt werden. Für ein maßstabsgerechtes Modell reicht dieser Luftballon nicht aus.		3	

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
f)	Volumen der Erde: $V_E = \frac{4}{3}\pi \cdot r_E{}^3$ Volumen der Sonne: $V_S = \frac{4}{3}\pi \cdot r_S{}^3$ $\frac{V_S}{V_E} = \frac{\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot r_S^3}{\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot r_E^3} = \frac{r_S^3}{r_E^3} = \left(\frac{r_S}{r_E}\right)^3 = \left(\frac{696\,000}{6\,380}\right)^3 \approx 1298271{,}97...$ Das Volumen der Sonne ist um den Faktor von ca. 1 300 000 Mal größer als das Volumen der Erde.			4
	Insgesamt 22 BWE	9	9	4

5. Auf hoher See

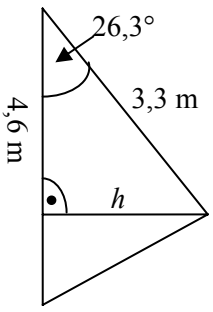
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Kurs 115° Kurs (180° + 55°) = Kurs 235° *Toleranz jeweils* $\pm 1°$ *. Zu beachten sind mögliche Kopierverzerrungen!*	1 1		
b)	Richtiges und sauberes Zeichnen von Kurs 270° (=Kurs Westen) von Kurs 210° (*Toleranz jeweils* $\pm 1°$). Kurs Südost entspricht einem Winkel von 135°.	1 1 1		
c)	Das Schiff legt in 8,5 h eine Strecke von $15 \cdot 8{,}5$ sm = 127,5 sm bzw. $127{,}5 \cdot 1{,}852$ km = 236,13 km ≈ 236 km zurück.	 2		

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
d)				
	2. Berechnung der Winkel α, β, γ im Peildreieck *ABL*:			
	$\alpha = 106° - 69° = 37°$		1	
	Der Winkel β setzt sich zusammen aus dem Nebenwinkel von 106° sowie 25°.			
	Also gilt:		2	
	$\beta = (180° - 106°) + 25° = 99°$.			
	Wegen des Winkelsummensatzes im Dreieck gilt:			
	$\gamma = 180° - (37° + 99°) = 44°$.		1	
	3. Berechnung der Fahrtstrecke $\lvert AB \rvert$:			
	Das Schiff fährt zwischen beiden Peilungen 22 Minuten mit einer Geschwindigkeit von 12 Seemeilen pro Stunde:			
	$12 \cdot \frac{22}{60} = 4,4$. Das Schiff hat eine Strecke von 4,4 Seemeilen zurückgelegt.			
	Das sind etwa 8,15 km.		1	
	Nun kann die Entfernung zwischen Schiff und Leuchtturm bei der zweiten Peilung über den Sinussatz berechnet werden:			
	$\frac{\lvert BL \rvert}{\sin 37°} = \frac{4,4}{\sin 44°}$			
	$\lvert BL \rvert = \frac{4,4 \cdot \sin 37°}{\sin 44°}$			

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	$\lvert BL\rvert = 3{,}8119...$ Bei der 2. Peilung ist das Schiff ca. 3,8 sm vom Leuchtturm entfernt. *Das sind ca. 7 km.* *Die Umrechnung in km ist erlaubt, aber nicht erforderlich.*		3	
e)	 Es gilt $\delta = 106° - 25° = 81°$ und $\varepsilon = 180° - 106° = 74°$, da Nebenwinkel von 106°. Der Winkel *BLC* hat als Wechselwinkel ebenfalls die Größe 25°. Nach dem Sinussatz gilt $\frac{\lvert BC\rvert}{\sin 25°} = \frac{\lvert BL\rvert}{\sin 74°}$ $\lvert BC\rvert = \frac{\lvert BL\rvert \cdot \sin 25°}{\sin 74°}$ $\lvert BC\rvert = 1{,}6759...$ *Sollte mit $\lvert BL\rvert = 3{,}8$ gerechnet werden, erhält man den Wert 1,671.* Berechnung der Fahrzeit: $\frac{60 \cdot \lvert BC\rvert}{12} = 8{,}379...$ *(bzw. nach dem eben gegebenen Hinweis 8,355).* Nach ca. 8,4 Minuten Fahrt, also gegen 22 Uhr, wird der Leuchtturm genau im Norden angepeilt.		1 1 1 1	3
	Insgesamt 22 BWE	7	12	3

6. Zimmersuche

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Monatliche Miete einschließlich Nebenkosten: $540\,€ + 108\,€ = 648\,€$. Monatliche Miete pro m^2: $648\,€ : 72 = 9\,€$. Die Miete pro m^2 beträgt einschließlich Nebenkosten 9 €.	2		
b)	Die Miete inklusive Nebenkosten wird auf 3 Personen verteilt: $648\,€ : 3 = 216\,€$. Jeder der drei Mieter müsste dann anteilig 216 € im Monat zahlen.	2		
c)	Monatliche Gesamtmiete: $540\,€ + 108\,€ + 108\,€ = 756\,€$. Eine Aufteilung der Monatsmiete in drei gleich große Teilmieten wäre wegen der unterschiedlichen Zimmergrößen sicher nicht gerecht. Die Miete pro m^2 beträgt insgesamt $756\,€ : 72 = 10{,}50\,€$. Auf die Nebenräume (Küche usw.) entfallen $72\,m^2 - (18\,m^2 + 24\,m^2 + 15\,m^2) = 15\,m^2$. Die anteilige Miete für die Nebenräume von $10{,}50\,€ \cdot 15 = 157{,}50\,€$ sollte in drei gleiche Anteile aufgeteilt werden. Anteil pro Mieter: $157{,}50\,€ : 3 = 52{,}50\,€$. Gesamtmiete für das 18 m^2-Zimmer: $10{,}50\,€ \cdot 18 + 52{,}50\,€ = 241{,}50\,€$. Gesamtmiete für das 24 m^2-Zimmer: $10{,}50\,€ \cdot 24 + 52{,}50\,€ = 304{,}50\,€$. Gesamtmiete für das 15 m^2-Zimmer: $10{,}50\,€ \cdot 15 + 52{,}50\,€ = 210\,€$. *Sollte ein anderes nachvollziehbares Aufteilungssystem für die Teilmieten gewählt werden, so ist dies als richtig zu bewerten.*	2	4	
d)	1. Lösungsweg: Aufteilung des Zimmers in den rechteckigen $\left(4{,}6 \cdot 3{,}2\,m^2 = 14{,}72\,m^2\right)$ und den dreieckigen Anteil: Im Dreieck gilt: $\sin 26{,}3° = \frac{h}{3{,}3}$ $h = 3{,}3 \cdot \sin 26{,}3°$ $h \approx 1{,}462...$ Fläche des Dreiecks: $A = \frac{4{,}6 \cdot h}{2} \approx 3{,}3629...$			



	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Gesamtfläche: 14,72 m^2 + 3,36 m^2 = 18,08 m^2. Jens hat das 18-m^2-Zimmer gewählt. <u>2. Lösungsweg:</u> Die Grundfläche des Zimmers wird in zwei Trapeze zerlegt. Die Grundlinie *g* beider Trapeze hat die Länge $g = 3{,}20\text{ m} + 1{,}46\text{ m} = 4{,}66\text{ m}$ (Höhe *h* = 1,46 m siehe 1. Lösung) Berechnung der Höhe des oberen Trapezes: $h_o = 3{,}30\text{ m} \cdot \cos 26{,}3° \approx 2{,}96\text{ m}$. Berechnung der Höhe des unteren Trapezes: $h_u = 4{,}60\text{ m} - 2{,}96\text{ m} = 1{,}64\text{ m}$. Berechnung der beiden Trapezflächen: $A_{Gesamt} = \frac{4{,}66 + 3{,}20}{2} \cdot 2{,}96 + \frac{4{,}66 + 3{,}20}{2} \cdot 1{,}64 = 18{,}078$. *Für weitere Lösungsansätze ist eine entsprechende Punkteverteilung zu wählen.* Die Frage, ob α ein rechter Winkel ist, kann z.B. über den Satz des Pythagoras beantwortet werden: $2{,}2^2 + 3{,}3^2 = 4{,}6^2$ $15{,}73 = 21{,}16$ ist falsch. Andere Variante über Sinussatz: $\frac{\sin\alpha}{4{,}6} = \frac{\sin 26{,}3°}{2{,}2}$ $\sin\alpha = \frac{4{,}6 \cdot \sin 26{,}3°}{2{,}2} = 0{,}926... \neq 1$. Die Zimmerecke ist nicht rechtwinklig. *Andere Lösungswege sind möglich. Der Winkel α muss nicht explizit berechnet werden (zur Kontrolle: $\alpha \approx 112°$. Sollte der „TR-Wert" 68° notiert werden, wird dies <u>nicht</u> mit Punktabzug gewertet).*		4 2	 2

e) Beim Kauf der Wohnung muss Jens über ein Eigenkapital von 40 000 € verfügen. 27 000 € will er heute bei der Bank anlegen. Nach der Zinseszinsformel $k_5 = k \cdot q^n$ gilt:

$$40\,000 = 27\,000 \cdot q^6$$
$$q^6 = \frac{40}{27}$$
$$q = \sqrt[6]{\frac{40}{27}} = 1{,}0677...$$

Die Bank müsste Jens einen Zinssatz von fast 6,8 % anbieten. Bei den derzeitigen Konditionen (nur 4 % bis 5 %) ist Jens' Vorhaben eher skeptisch zu beurteilen.

Auch Näherungsrechnungen sind zulässig. 4

Insgesamt 22 BWE 6 10 6

7. Toca-Tola

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Volumen: $d = 6$ cm; $h = 12$ cm $r = \frac{d}{2} = 3$ cm $V = \pi r^2 h$ $V = \pi \cdot 3^2 \cdot 12 \approx 339,29\ (cm^3)$ Inhalt einer Dose: $p = 98,2\%,\ G = 339,29$ $W = G \cdot \frac{p}{100}$ $W = 339,29 \cdot \frac{98,2}{100} \approx 333,18$ (cm³) 333,18 cm³ = 0,33318 dm³ = 0,33318 Liter	6	2	
b)	$O = 2\pi \cdot r \cdot (r + h)$ $O = 2\pi \cdot 3 \cdot (3 + 12) \approx 282,74$ Für die Produktion einer Dose werden ca. 283 cm² Weißblech benötigt.		3	
c)	Ansatz: länger als die „Diagonale“ der Dose. Satz des Pythagoras: Länge der „Diagonale“: $c = \sqrt{6^2 + 12^2}$ $c \approx 13,4$ Der Strohhalm müsste länger als 13,4 cm sein, damit er nicht in die Dose rutschen kann. Um bequem aus der Dose trinken zu können, müsste der Strohhalm einige Zentimeter länger als die „Diagonale“ sein. So würde ich Strohhalme herstellen lassen, die 18 cm lang sind.		2	3
d)	Die Halbkugel fasst V = 333 cm³, für den Radius gilt: Volumen der Halbkugel: $V = \frac{2}{3}\pi r^3 \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\frac{V}{\pi} \cdot \frac{3}{2}}$. Damit gilt. $r = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 333}{2 \cdot \pi}} \approx 5,42$. Der Radius des Glases beträgt ca. 5,4 cm.		4	2
	Insgesamt 22 BWE	6	11	5

8. Spielplatz

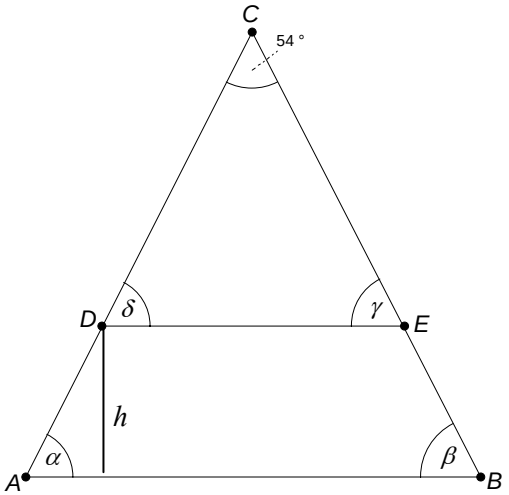
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	$U = 18,6 + 10 + 31,2 + 8,2$ $U = 68\,(\text{m})$ *Zaunlänge*: $68 - 2,50 = 65,50\,(\text{m})$ $Kosten_{Zaun}$: $65,5 \cdot 24,5 = 1604,75\,(€)$ $Kosten_{Einzäunung} = 1604,75\,€ + 689\,€ = 2293,75\,€$ Die Gesamtkosten betragen 2293,75 €.	6		
b)	$A = \frac{g_1 + g_2}{2} \cdot h$ $A = \frac{31,2 + 18,6}{2} \cdot 6,5$ $A = 161,85$ Der Spielplatz hat eine Fläche von etwa 162 m^2.		6	
c)	Skizze $\sin\alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$ $\sin 1,5° = \frac{3,45 - 2,95}{x}$ $\sin 1,5° = \frac{0,5}{x}$ $x = \frac{0,5}{\sin 1,5°}$ $x = 19,1...$ Das Seil muss 12 % länger sein: $x \cdot 1,12 \approx 21,4$. Das benötigte Seil muss etwa 21,4 m lang sein. *Alternativ ist eine Berechnung mithilfe des Tangens und des Satzes von Pythagoras möglich.*		2 4	4
	Insgesamt 22 BWE	6	12	4

9. Wassertank

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Oberfläche des zylinderförmigen Teils: $O = \pi \cdot r^2 + 2\pi r h$ $O \approx 31{,}4$ Farbmenge: 31,4 : 8 = 3,925 Man braucht ca. 4 l Farbe.	4	2	
b)	Überschlag, zum Beispiel: Der zylindrische Teil des Tanks hat ein Volumen von $V_1 \approx 14$ m^3, der den Tank umschreibende Zylinder hat ein Volumen von $V_2 \approx 18$ m^3. Da sicher $V_1 < V_{\text{Tank}} < V_2$ gilt, muss das Tankvolumen also etwa 15 m^3 betragen.	2	2	
c)	Berechnung des Volumens Aus „bis zur halben Höhe“ ergibt sich $r = 0{,}5$ m (Strahlensatz) und $h = 0{,}75$ m. $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 0{,}5^2 \cdot 0{,}75 \approx 0{,}196$ Das Wasservolumen beträgt ca. 0,2 m³.		5	2
d)	Graph B stellt den Sachverhalt richtig dar. Bei der Begründung muss jeweils der zeitliche Verlauf der Füllhöhe in Beziehung zur Form des Körpers gesetzt werden. Beispiel: Graph C stellt einen linearen Verlauf dar, der bei der Form des aus Kegel und Zylinder zusammengesetzten Körpers nicht zutreffen kann.		2	3
	Insgesamt 22 BWE	6	11	5

10. Dreieck

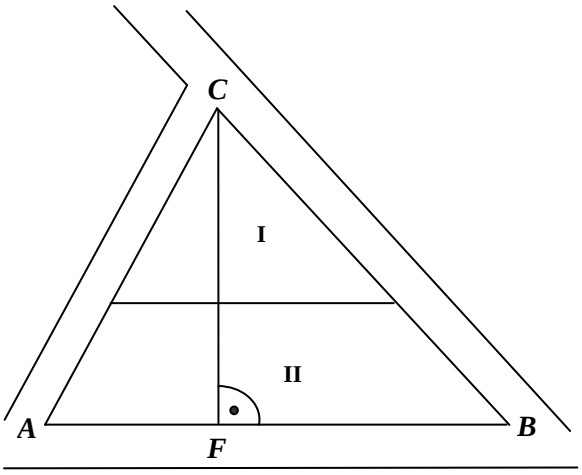
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Folgende Figuren lassen sich (*zusätzlich zum Dreieck ABC, das nicht noch einmal genannt werden muss)* erkennen: • gleichschenkliges Dreieck *DEC* und • Trapez *ABED*.	2		
b)	Wegen der Gleichschenkligkeit der Dreiecke *ABC* und *DEC* haben die vier Winkel alle die Größe $\frac{180^0 - 54^0}{2} = 63^0$.	2		

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
c)	Für den Flächeninhalt eines Trapezes gilt: $A_T = \frac{a+c}{2} \cdot h$, wobei a und c die beiden parallelen Seiten sind mit a = 12 cm und c = 8 cm. h wird ausgemessen zu 4,0 cm. Damit erhält man $A_{Tr} = \frac{8+12}{2} \cdot 4 = 40$. Das Trapez $ABED$ hat einen Flächeninhalt von 40 cm^2. *Toleranz beim Messen: ± 1mm.*	3		
d)	 Der Abstand des Fußpunktes der Höhe h zum nächst gelegenen Eckpunkt ist die halbe Differenz der Längen der Parallelen, also $\frac{12\text{ cm} - 8\text{ cm}}{2} = 2\text{ cm}$. Der entsprechende Winkel (α oder β) ist 63° groß. Also gilt: $\tan 63° = \frac{h}{2}$, also $h = 2 \cdot \tan 63° = 3{,}925...$. Die Höhe h hat eine Länge von ca. 3,93 cm.	2	2	
e)	Die fehlende „schräge“ Seite b des Trapezes lässt sich berechnen z.B. • <u>mithilfe der Kosinusfunktion</u> $\cos 63° = \frac{2}{b}$ $b = \frac{2}{\cos 63°}$ $b = 4{,}405...$ • <u>über den Satzes des Pythagoras</u> $b^2 = h^2 + 4$ $b = \sqrt{h^2 + 4}$ $b = 4{,}405...$			

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Für den Umfang des Trapezes gilt damit: $U = 12 + 8 + 2 \cdot b$ $U = 28{,}810...$ Der Umfang des Trapezes beträgt ca. 28,8 cm.		4	
f)	Zur Bestimmung der Fläche des Dreiecks sind verschiedene Wege möglich, z.B. $A_\Delta = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h_1$ g hat nach Vorgabe eine Länge von 8 cm. h_1 muss berechnet werden. Es gilt: $\tan 63° = \frac{h_1}{4}$ oder $\tan 27° = \frac{4}{h_1}$ $h_1 = 4 \cdot \tan 63°$ $h_1 = \frac{4}{\tan 27°}$ $h_1 = 7{,}85...$ $h_1 = 7{,}85...$ *Ebenso können Ähnlichkeitsbeziehungen bzw. die Strahlensätze genutzt werden.* Für den Flächeninhalt des Dreiecks gilt damit: $A_\Delta = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot h_1 = 31{,}40...$. Das Dreieck *DEC* hat einen Flächeninhalt von ca. 31,4 cm^2.		4	3
	Insgesamt 22 BWE	9	10	3

11. Flurkarte

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Alle Längen der Zäune sind gegeben, insgesamt fünf Längen. Die gesamte Zaunlänge ist die Summe dieser fünf Einzellängen abzüglich der beiden Tore. Also: $l = 128\ \text{m} + 75\ \text{m} + 25\ \text{m} + 85{,}8\ \text{m} + 96\ \text{m} - 6\text{m} = 403{,}8\ \text{m}$. Insgesamt sind die Zäune ca. 404 m lang.	3		
b)	<u>Kosten für den Außenzaun:</u> $(128 + 25 + 75 + 85{,}8 - 6) \cdot 14{,}25\ € = 4386{,}15\ €$. <u>Kosten für die Tore:</u> $626{,}53\ € \cdot 2 = 1253{,}06\ €$.	1 1		

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Kosten für den Innenzaun: $96 \cdot 9{,}85\ € = 945{,}60\ €$.	1		
	Gesamtkosten: $4386{,}15\ € + 1253{,}06\ € + 945{,}60\ € = 6584{,}81\ €$.	1		
c)	Einzeichnen der Höhe $\overline{CF}$, des Punktes *F*.  	1	1	
d)	Ist *h* die Länge der Höhe $\overline{CF}$ (ohne Einheiten), so gilt: $h^2 + 53{,}7^2 = 85{,}8^2$, also $h = \sqrt{85{,}8^2 - 53{,}7^2} = 66{,}917...$. Die Höhe $\overline{CF}$ hat eine Länge von ca. 67 m.		3	
e)	Die beiden Grundstücke zusammen bilden ein Dreieck mit der Grundseite $\overline{AB}$ und der Höhe $\overline{CF}$. Die Fläche des Dreiecks kann mit $A = \frac{g \cdot h}{2}$ berechnet werden, d. h. für dieses Dreieck gilt: $A = \frac{128 \cdot h}{2} = 4282{,}719...$. Die Gesamtfläche beträgt ca. 4 283 m².		4	
f)	1. Lösungsvariante: Man bestimmt die Größe des Grundstücks II als Differenz der Gesamtfläche und des Grundstücks I. Grundstück I ist ein Dreieck, bei dem ein Winkel (42°) und beide anliegenden Seiten (96 m bzw. 75 m) gegeben sind. Die Höhe h_1 von *C* auf die Seite mit der Länge 96 m berechnet sich aus: $\sin 42° = \frac{h_1}{75}$, also $h_1 = \sin 42° \cdot 75 = 50{,}184...$.			

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Grundstück I: $A_I = \frac{1}{2} \cdot 96 \cdot h_1 = 2408{,}87...$ Grundstück I hat einen Flächeninhalt von ca. 2 409 m. Grundstück II: $A_{II} = 4\,282{,}7 - 2\,408{,}9 = 1873{,}8 \approx 1874$ Grundstück II hat einen Flächeninhalt von ca. 1 874 m^2. <u>2. Lösungsvariante:</u> Man nutzt die Trapezeigenschaft von Grundstück II. Zu dessen Flächenbestimmung verwendet man $A_{II} = \frac{96+128}{2} \cdot h_2$. Die fehlende Höhe h_2 erhält man, indem man entweder die Höhe h_1 für das obere Dreieck bestimmt – siehe oben – und dann die Differenz der Höhen berechnet oder unmittelbar den Winkel 42° und die anliegende Seite von 25 m Länge verwendet: $\sin 42° = \frac{h_2}{25}$, also $h_2 = \sin 42° \cdot 25 \approx 16{,}73$ Damit gilt $A_{II} = \frac{96+128}{2} \cdot h_2 = 1873{,}56... \approx 1874$. Grundstück II hat einen Flächeninhalt von ca. 1 874 m^2. <u>3. Lösungsvariante:</u> Man nutzt Ähnlichkeitsbeziehungen oder wendet die Strahlensätze an. Grundstück I und das Gesamtgrundstück sind zueinander ähnliche Dreiecke, denn sie stimmen in dem Winkel bei *C* überein und haben beide einen 42° Winkel bzw. die Strecke $\overline{AB}$ und der Trennzaun sind parallel. Also verhalten sich die Flächen dieser beiden Grundstücke wie die Quadrate entsprechender Seiten. Der Verkleinerungsfaktor beträgt $\frac{75}{100} = \frac{96}{128} = \frac{3}{4} = 0{,}75$. Es gilt also: $\frac{A_I}{A} = 0{,}75^2$ $A_I = A \cdot 0{,}75^2$ $A = \frac{128 \cdot h}{2} = 4282{,}719...$ *(aus Aufgabenteil d) und e))* $A_I = 2409{,}02951...$ $A_{II} = 4\,282{,}7 - 2\,409{,}0$ $A_{II} = 1\,873{,}7$ Grundstück II hat einen Flächeninhalt von ca. 1 874 m^2.		2	4
	Insgesamt 22 BWE	8	10	4

12. 2-Euro-Münze

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Eine Münze ist durch einen Zylinder modellierbar. Mit $V_{Zyl} = \pi \cdot r^2 \cdot h$, dem halben Durchmesser als Radius und der gegebenen Höhe ergibt sich $V_{Münze} \approx 1145{,}69\,\text{mm}^3 \approx 1{,}15\,\text{cm}^3$.	2		
b)	Ebenso bestimmt sich das Volumen des Mittelteils zu ca. 572,34 mm³. Also hat das Mittelteil einen Volumenanteil von $\frac{572{,}34\ \text{mm}^3}{1145{,}69\ \text{mm}^3} \approx 49{,}96\ \%$. Der Volumenanteil des Mittelteils beträgt also ziemlich genau 50 %.	2	2	
c)	Der Umfang der Münze bestimmt sich mit $U = \pi \cdot d$ zu 80,90 mm. Wenn auf dieser Strecke 250 Kerben liegen, so haben diese einen Abstand von etwa 0,32 mm (oder, anders formuliert, jeder Millimeter Rand hat drei Kerben).	2	2	
d)	Das verdrängte Wasser hat das Volumen der Münze. Es bildet einen Quader mit derselben Grundfläche wie der Würfel. Die Höhe dieses Quaders ist die Höhenzunahme *h* des Wasserspiegels: $h = \frac{\text{Münzvolumen}}{\text{Quadergrundfläche}} \approx \frac{1145{,}69\ \text{mm}^3}{900\ \text{mm}^2} \approx 1{,}27\ \text{mm}$ Der Wasserspiegel steigt also um ca. 1,27 mm.		5	
e)	Mit $\rho = \frac{m}{V}$ ergibt sich die durchschnittliche Dichte zu ca. 0,00742 g/mm³ oder 7,42 g/cm³. Da der Mittelteil praktisch das halbe Volumen aufweist, die Dichte seiner Legierung aber geringer ist, muss die Masse des Mittelteils *unter* der Hälfte der Gesamtmasse liegen.		2	5
	Insgesamt 22 BWE	6	11	5

13. Mathematische Überlegungen am Geodreieck

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Aus dem Ansatz $x^2 + x^2 = 16^2$ folgt $x = \pm\sqrt{128} \approx \pm 11{,}3$. Die negative Lösung ist irrelevant, da es um Streckenlängen geht. Jede Kathete ist also ca. 11,3 cm lang.	3		
b)	Wird bei der Konstruktion die Streckenhalbierung lediglich durch eine Messung durchgeführt, sind 2 Punkte abzuziehen.		5	
c)	Im Dreieck *ARQ* gilt wegen der Winkelsumme in Dreiecken $45° + 45° + \gamma_1 = 180°$. Daraus ergibt sich $\gamma_1 = 90°$. Entsprechend gilt $\gamma_2 = 90°$.	2		

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
d)	Hier sind viele Argumentationen möglich. Zur Bestimmung des Flächeninhalts von Dreieck *ABC* kann das Ergebnis von Aufgabenteil a) genutzt werden, woraus sich ein Wert von $0{,}5 \cdot \sqrt{128} \cdot \sqrt{128}$ cm² = 64 cm² ergibt. Denkbar ist u.a. auch eine vom Ergebnis von Aufgabenteil a) unabhängige Argumentation: Da das Dreieck *ABC* gleichschenklig ist, ist die Seitenhalbierende $\overline{CR}$ gleichzeitig Höhe h_c und Winkelhalbierende w_γ. Damit sind die beiden Teildreiecke *ARC* und *RBC* gleichschenklig-rechtwinklig, kongruent zueinander und jedes hat den halben Flächeninhalt vom Dreieck *ABC*. Damit ergibt sich für diesen $2 \cdot 0{,}5 \cdot 8 \cdot 8$ cm² = 64 cm². Zur Bestimmung des Flächeninhalts des Dreiecks *RBP* sind ebenfalls mehrere Argumentationen möglich, z.B. kann man analog wie bei der Bestimmung des Flächeninhalts des Dreiecks *ABC* vorgehen. Man erhält dann einen Wert von 16 cm². Bei der Bestimmung des Flächeninhalts des Dreiecks *SBT* kann man das Argument nutzen, dass sich der Flächeninhalt in jedem Veränderungsschritt auf den gleichen Anteil reduziert. Im letzten Schritte reduzierte er sich von 64 cm² auf 16 cm², also auf ein Viertel. Deshalb ist der Flächeninhalt vom Dreieck *SBT* $0{,}25 \cdot 16$ cm² = 4 cm². Möglich sind aber auch direkte Berechnungen.		5	2
e)	Aus der Eigenschaft der Gleichseitigkeit folgt, dass alle Winkel im Dreieck *RMN* 60° groß sind. Daraus folgt, dass $\sphericalangle\, NRA = 60°$, und wegen der Winkelsumme im Dreieck *ARN* folgt dann $\sphericalangle\, ANR = 75°$. Wenn *z* die Länge der Strecke $\overline{NR}$ ist, folgt dann mit dem Sinussatz im Dreieck *ARN*: $\frac{z}{\sin 45°} = \frac{8}{\sin 75°}$. Es gilt also $z = \frac{8 \sin 45°}{\sin 75°} \approx 5{,}86$. *z* hat also die Länge 5,9 cm.		2	3
	Insgesamt 22 BWE	5	12	5

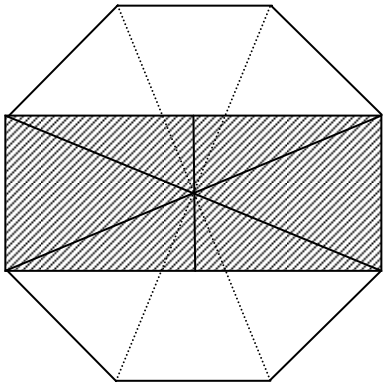
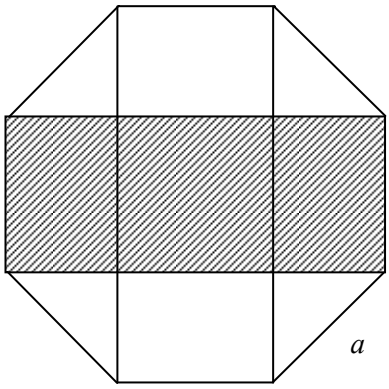
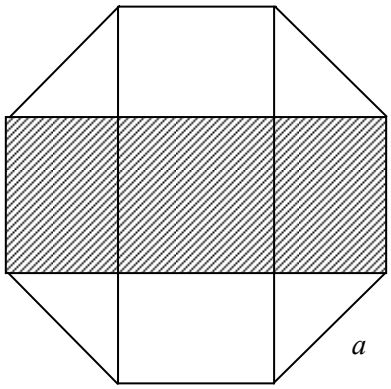
14. Vom Stern zur Pyramide

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Der Stern hat 4 Symmetrieachsen.	2		
b)	Es gibt mehrere Konstruktionsmöglichkeiten. z.B enthält die Konstruktionsbeschreibung folgende Punkte: • Konstruktion des Quadrats *ACEG* • Konstruktion der 4 gleichseitigen Dreiecke.		6	

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
c)	Das Quadrat *ACEG* ist Grundfläche der Pyramide. Weiterhin sind die zur Bestimmung des Volumen erforderlichen Teile zu benennen: • Quadratseite a • Dreieckshöhe h_D • Pyramidenhöhe h_P	3		
	Erstellen des Hilfsdreiecks aus $\frac{a}{2}$, h_D und h_P. $h_D = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}$, $h_P = \sqrt{\left(\frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} \approx 3{,}5$ (cm).		4	
	$V_P = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h_P \approx 29{,}5$ (cm^3).		3	
d)	Angabe einer der beiden Bedingungen: • Die Länge der Basishöhe h_D des gleichschenkligen Dreiecks muss größer sein als die halbe Seitenlänge des Quadrats: $h_D > \frac{a}{2}$. • Die Länge eines Dreiecksschenkels ist größer als die als die Hälfte der Diagonalenlänge des Quadrats.			4
	Insgesamt 22 BWE	5	13	4

15. Achteck

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Aus dem Satz des Pythagoras folgt: $h^2 + h^2 = a^2$ $2 \cdot h^2 = 25$ $h^2 = 12{,}5$ $h = \sqrt{12{,}5} \approx 3{,}5$ Die Länge von a beträgt ungefähr 3,5 cm.	5		
b)	Aus dem Satz des Pythagoras folgt: $a^2 = h^2 + h^2 = 2 \cdot h^2$ $a = \sqrt{2} \cdot h$	3	3	

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
c)	Die geforderte Begründung kann auf viele Weisen geschehen:  <u>Geschickte Zerlegung in Diagonalendreiecke:</u> Die Diagonalen zerlegen das Achteck in acht kongruente und damit flächengleiche Dreiecke. Jedes von ihnen hat ein Achtel der Gesamtfläche. Ersichtlich befinden sich zwei vollständige Dreiecke dieser Sorte im schraffierten Gebiet. Die übrigen beiden Dreiecke lassen sich längs der senkrecht eingezeichneten Linie durch das Zentrum in je zwei Teildreiecke zerlegen, die sich je wieder zu einem der acht Diagonalendreiecke zusammenlegen lassen. Also ist der Flächeninhalt des schraffierten Rechtecks gleich dem von vier der acht flächengleichen Diagonalendreiecke und damit gleich der Hälfte der Fläche des Achtecks. <u>Geschickte Zerlegung in Dreiecke und Quadrate:</u>  Bezeichnen wir die Achtecksseite mit *a*. Die beiden zusätzlichen Senkrechten zerlegen das Achteck in das zentrale Quadrat, dessen Kantenlänge a ist und das vollständig im schraffierten Bereich liegt, vier kongruente Rechtecke, von denen je zwei schraffiert und zwei nicht schraffiert sind, und vier kongruente gleichschenklig-rechtwinklige Dreiecke, deren Hypotenuse jeweils a ist und die alle nicht schraffiert sind. Die vier Dreiecke aber lassen sich zu einem Quadrat mit der Kantenlänge *a* zusammenlegen. Also haben die vier Dreiecke zusammen denselben Flächeninhalt wie das zentrale Quadrat. Damit ist die Aussage bewiesen. <u>Zerlegung und Berechnung der Einzelflächen:</u>  Anknüpfend an die Betrachtungen von eben kann natürlich auch gerechnet werden: Das zentrale Quadrat hat den Flächeninhalt a^2. Da *a* die Diagonale der rechtwinklig-gleichschenkligen Dreiecke ist, beträgt deren Kantenlänge $\frac{a}{\sqrt{2}}$ (Anwendung des Satzes des Pythagoras oder Formelwissen). Der Flächeninhalt eines dieser Dreiecke ist		7	4

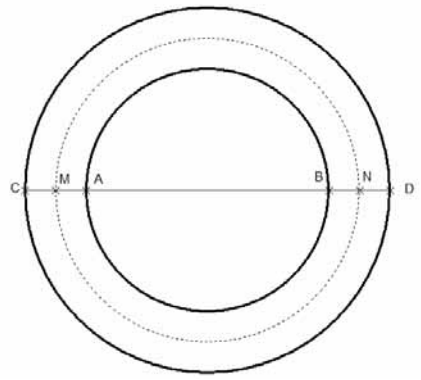
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	damit $F=\frac{1}{2}(\frac{a}{\sqrt{2}})^2=\frac{1}{4}a^2$. Die Rechtecke haben die Seitenlängen a und $\frac{a}{\sqrt{2}}$ und damit den Inhalt $F=a\cdot\frac{a}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}a^2$. Das gesamte Achteck hat damit den Flächeinhalt $F_8=a^2+4\cdot\frac{1}{4}a^2+4\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}a^2=(2+2\sqrt{2})a^2$. Die schraffierte Fläche hat einen Inhalt von $F_s=a^2+2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}a^2=(1+\sqrt{2})a^2$, und dies ist ersichtlich die Hälfte des Inhalts des Achtecks.			
	Insgesamt 22 BWE	5	10	7

16. Stadion

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Die Fläche des Fußballfeldes bestimmt sich über $A=a\cdot b$ = 6324 m².	3		
b)	Die 400m-Laufbahn besteht aus zwei Geraden mit je 93 m Länge und zwei Halbkreisen mit einem Gesamtumfang von $(400-2\cdot 93)=214$ m.	3		
c)	Die Breite des Fußballfeldes entspricht dem Kreisdurchmesser. Dieser *muss* unter Berücksichtigung des Ergebnisses von Aufgabenteil b) den Wert $\frac{214}{\pi}\text{ m}\approx 68{,}12\text{ m}$ haben. Damit ist eine Breite von 55 m unmöglich.		3	
d)	Der Anlauf liegt in einem der Halbkreise. Diese haben einen Radius von ca. 34 m. Da von dieser Strecke 5 m nicht zur Verfügung stehen, ist der Anlauf für die Speerwerfer ca. 29 m lang.		3	
e)	Wenn der Speerwerfer schräg wirft, so könnte er weiter als 98 m werfen, ohne den Rasen zu verlassen. Der weiteste Wurf ginge in eine der Ecken. Die Entfernung zu einer der Ecken bestimmt sich mit dem Satz des Pythagoras, wobei die eine Kathete des rechtwinkligen Dreiecks 98 *m* lang ist und als Lotstrecke vom Abwurfpunkt auf die hintere Rasenkante reicht, die andere Kathete wird von einem Radius des hinteren Halbkreises gebildet. Also: $d=\sqrt{98^2+34^2}\approx 104$. Ein Superspeerwurf von 105 m könnte also nicht mehr auf dem Fußballfeld landen.		4	

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
f)	Der Innenradius der Außenbahn ist um $7 \cdot 1{,}20$ m = 8,4 m größer als der der Innenbahn, also 42,4 m. Damit beträgt die gesamte Kurvenlänge der Außenbahn $84{,}8 \cdot \pi$ oder ca. $266{,}4$ m . Das macht gegenüber der Länge der Innenbahn von 214 m einen Unterschied von 52,4 m aus, der durch den Vorsprung ausgeglichen werden muss. Der zu gebende Vorsprung beträgt also 52,4 m. 52,4 *m* sind von 266,4 *m* ca. 19,7 %. 19,7 % von 360° sind ca. 71°. Denkbar ist auch ein Ansatz über die Bogenlänge $b = \frac{\beta \pi r}{180°} \Leftrightarrow \beta = \frac{180° b}{\pi r}$, woraus sich $\beta = \frac{52{,}4 \cdot 180°}{\pi \cdot 42{,}4} \approx 71°$ ergibt. Der einzumessende Winkel β beträgt also ca. 71°.		2	4
	Insgesamt 22 BWE	6	12	4

17. Rettungsring

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Einsetzen der gegebenen Werte in die Oberflächenformel für den Torus ergibt: $O = 4 \cdot \pi^2 \cdot 1 \cdot 0{,}1 \approx 3{,}95\ (\text{m}^2)$. Die Oberfläche des Torus beträgt ungefähr 4 m^2.		4	
b)	Die Messung ergab: $\lvert CD \rvert$ = 1,2 m und $\lvert AB \rvert$ = 0,8 m. Man erkennt daraus, dass $r = \lvert MA \rvert = \frac{(\lvert CD \rvert - \lvert AB \rvert)}{4} = \frac{0{,}4\,\text{m}}{4} = 0{,}1$ m $2 \cdot a = \lvert MN \rvert$ $= \lvert AB \rvert + 2 \cdot r$ $= 0{,}8\,\text{m} + 0{,}2\,\text{m} = 1\,\text{m}$ Es gilt also a = 0,5 m. *Die Begründung kann auch weniger formal erfolgen.* 	4		
c)	Einsetzen der Werte von a) in die gegebene Formel Volumenformel für den Torus ergibt: $V \approx 0{,}1\ \text{m}^3 = 100$ Liter = 100.000 cm^3 .		4	
d)	Der Ring wiegt (hat eine Masse von) $100000 \cdot 0{,}2$ g = 20000 g = 20 kg . Wenn er ganz eintaucht, verdrängt er eine Wassermasse, die fünfmal so groß ist, also 100 kg. Der Ring kann also eine Maximallast von 80 kg tragen, bis er ganz eintaucht.		3	3

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
e)	Die Person taucht, ob in Not oder nicht, mit einem großen Teil ihres Körpers in das Wasser ein und erfährt einen starken Auftrieb. (Die Dichte des Menschen liegt in der Nähe der Dichte von Wasser). Deshalb könnte die Person ein deutlich größeres Gewicht als *80 kg* haben, und der Ring würde ihr immer noch Halt geben.			4
	Insgesamt 22 BWE	4	11	7
d')	Mit den gleichen Überlegungen wie in b) erhält man: $a = \frac{D+d}{4}$ und $r = \frac{D-d}{4}$ Setzt man diese Ergebnisse in die Volumenformel für den Torus ein, dann gilt: $V = \frac{\pi^2 \cdot (D+d) \cdot (D-d)^2}{32}$		3	4
e')	Setzt man in die Formel aus d') für D den Wert 0,9 m und für d den Wert 0,5 m ein, so erhält man $V \approx 0{,}069\,\text{m}^3 = 69\,\text{l}$. Bei einem Innendurchmesser von 0,5 m ist der Wert von 0,9 m also zu groß (V wächst monoton mit D bei konstantem d)**.**		3	
		4	14	4

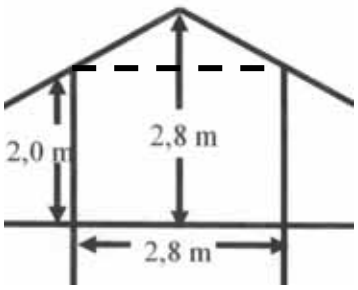
18. Eishockeypucks

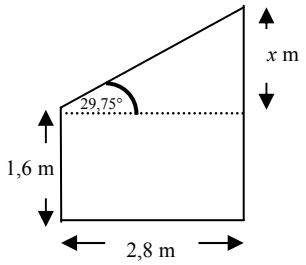
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Hinweis: Die Maße eines Eishockeypucks werden in der englischen Maßeinheit inch angegeben. Der Durchmesser beträgt damit 3 inch und die Höhe 1 inch. Durch Umrechnung ergeben sich die „krummen" Zahlenwerte. *Natürlich sind auch Rechenwege möglich, in denen keine Variablen vorkommen, sondern in denen mit dem Dreisatz oder anderen Methoden gearbeitet wird.*			
a)	Der Puck hat die Form eines Zylinders. Damit ist das Volumen bestimmbar mit $V_{Zyl} = \pi \cdot r^2 \cdot h$. Die Höhe und der Radius als halber Durchmesser sind in der Aufgabenstellung gegeben. Also: $V_{Puck} = \pi \cdot 3{,}81^2 \cdot 2{,}54 = 115{,}83...$. Das Volumen eines Pucks beträgt tatsächlich ungefähr 116 cm³.	3		
b)	Die Schachtel ist ein quadratisches Prisma. Dessen Volumen bestimmt sich mit $V_{\text{Pr}} = a^2 \cdot h$. Die Seitenlänge des Quadrats entspricht dem doppelten Durchmesser der Pucks; damit ist a = 15,24 cm. Da drei Pucks übereinander liegen, beträgt die Höhe $h = 3 \cdot 2{,}54\,\text{cm} = 7{,}62$ cm.			

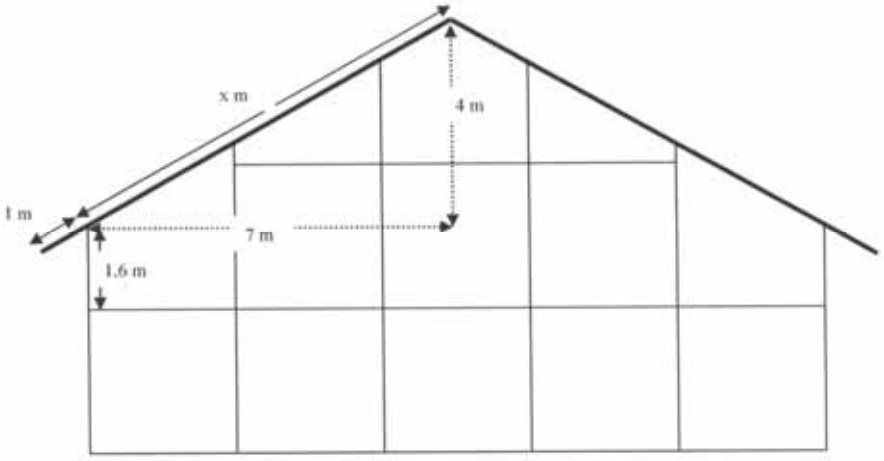
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Innenvolumen der Schachtel: $V_{\text{Pr}} = 15,24^2 \cdot 7,62 = 1769,802912$. Die Schachtel hat ein Innenvolumen von ca. 1 770 cm^3.	2	3	
c)	Volumen der 12 Pucks: $V_{12} = 12 \cdot V_{Puck} = 1389,999...$. Das Gesamtvolumen der 12 Pucks beträgt ca. 1 390 cm^3. Prozentanteil der Luft: $\frac{V_{\text{Schachtel}} - V_{\text{Pucks}}}{V_{\text{Schachtel}}} \approx 0,2146...$. Der Luftvolumenanteil der Schachtel beträgt ca. 21,5 %.		4	
d)	<u>Masse der Pucks:</u> Für die Gesamtmasse der Pucks ergibt sich $12 \cdot V_{\text{Puck}} \cdot 1,45\ \text{g} = 2015,499...$ g. <u>Masse der Schachtel:</u> Die Schachtel hat eine Oberfläche von $O = 2a^2 + 4 \cdot a \cdot h$; der Zahlenwert dafür in cm^2 ist $2 \cdot 15,24^2 + 4 \cdot 15,24 \cdot 7,62 = 929,0304$. Umgerechnet in m^2 beträgt die Oberfläche der Schachtel ca. 0,0929 m^2. Da ein Quadratmeter Pappe 220 g wiegt, hat eine Schachtel eine Masse von $220 \cdot 0,09290304\ \text{g} \approx 20,44\ \text{g}$. Zusammen mit den Pucks wiegt die Schachtel 2035,938…g, also ca. 2,036 kg. *Hinweis: Ist das Volumen aus Aufgabenteil a) übernommen worden, so ergibt sich 2018,4 g als Masse der Pucks, die Schachtel zusammen mit den Pucks wiegt dann* $2033,77\ \text{g} \approx 2,034\ \text{kg}$.		2	4
e)	<u>1 Kreis im Quadrat:</u> $\frac{\pi \cdot r_1^2}{(2r_1)^2} = \frac{\pi \cdot r_1^2}{4r_1^2} = \frac{\pi}{4} \approx 0,785... \approx 78,5\%$. Der nicht bedeckte Anteil des Quadrats beträgt ca. 21,5 %. <u>4 Kreise im Quadrat:</u> $\frac{4 \cdot \pi \cdot r_4^2}{(4r_4)^2} = \frac{4 \cdot \pi \cdot r_4^2}{16r_4^2} = \frac{\pi}{4} \approx 0,785... \approx 78,5\%$. Der nicht bedeckte Anteil des Quadrats beträgt ca. 21,5 %.		1 1 1	1

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	9 Kreise im Quadrat: $\frac{9 \cdot \pi \cdot r_9^2}{(6r_9)^2} = \frac{9 \cdot \pi \cdot r_9^2}{36r_9^2} = \frac{\pi}{4} \approx 0{,}785... \approx 78{,}5\%$. Der nicht bedeckte Anteil des Quadrats beträgt ca. 21,5 %. n^2 Kreise in Quadrat: $\frac{n^2 \cdot \pi \cdot r_n^2}{(2 \cdot n \cdot r_n)^2} = \frac{n^2 \cdot \pi \cdot r_n^2}{4n^2 \cdot r_n^2} = \frac{\pi}{4} \approx 0{,}785... \approx 78{,}5\%$. Der nicht bedeckte Anteil des Quadrats beträgt ca. 21,5 %. *Wenn ausschließlich der allgemeine Nachweis geführt wird, ist die volle Punktzahl zu erteilen.*			
	Insgesamt 22 BWE	5	12	5

19. Glashaus

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	2,8 + 2,8 + 2,8 = 8,40. Die Höhe des Hauses beträgt 8,40 m.	1		
b)	Es sind 8 quadratische Flächen mit einer Seitenlänge von jeweils 2,80 m. $A = 8 \cdot 2{,}8^2 = 62{,}72$. Der Gesamtflächeninhalt der quadratischen Glasflächen beträgt 62,72 m^2.	1 1		
c)	Die fünfeckige Glasfläche unter dem Dachgiebel kann man in ein Dreieck und in ein Rechteck unterteilen.  Flächeninhalt des Dreiecks: $A_D = \frac{2{,}8 \cdot 0{,}8}{2} = 1{,}12$. Flächeninhalt des Rechtecks: $A_R = 2{,}8 \cdot 2 = 5{,}6$.			

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Die fünfeckige Glasscheibe hat einen Flächeninhalt von 6,72 m². Alternativ: Aufteilung der Fläche in 2 Trapeze: $A = 2 \cdot \frac{2,8+2}{2} \cdot 1,4 = 6,72$.	3	2	
d)	Skizze:  Berechnung der Länge x: $\tan 29,75° = \frac{x}{2,8}$ $x = 2,8 \cdot \tan 29,75°$ $x = 1,600...$ Berechnung des Flächeninhalts des Trapezes: $A = \frac{3,2+1,6}{2} \cdot 2,8 = 6,72$. Der Flächeninhalt des Trapezes beträgt 6,72 m². *Es ist auch möglich, den Flächeninhalt des Dreiecks sowie den Flächeninhalt des Rechtecks zu berechnen. Weiterhin ist es möglich, die Aufgabe ohne Verwendung des gegebenen Winkels zu lösen, zum Beispiel über Steigungsdreiecke.* *Teilpunkte werden vergeben, wenn für x ein falscher Wert in die Trapezformel eingesetzt wird.*		2 4	
e)	Die Breite des Daches ist mit 16 m +1 m + 1 m = 18 m bekannt. Die Länge x + 1 der Dachschräge ist zu berechnen, z.B. mit Hilfe des Satzes von Pythagoras. 1. Kathete des rechtwinkligen Dreiecks: $2,8\text{ m} + 2,8\text{ m} + 1,4\text{ m} = 7\text{ m}$. 2. Kathete des rechtwinkligen Dreiecks: $2,8\text{ m} + 1,2\text{ m} = 4\text{ m}$. $x^2 = 7^2 + 4^2$ $x = 8,062...$ Berechnung des Flächeninhalts einer Dachseite: $A = (8,06+1) \cdot (16+2) = 163,08$ Der Flächeninhalt einer Dachseite beträgt 163,08 m².			

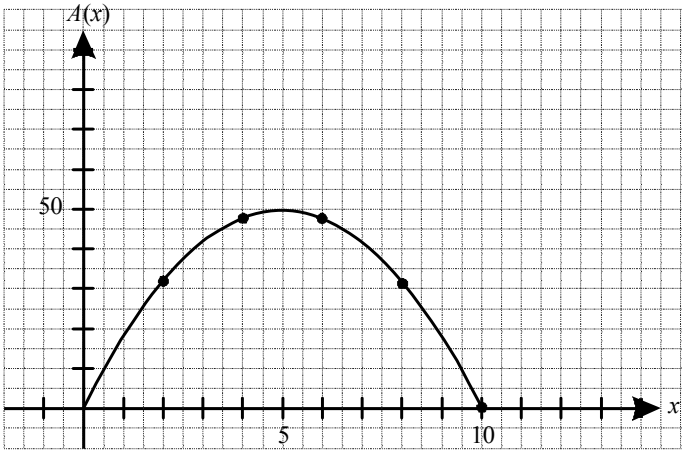
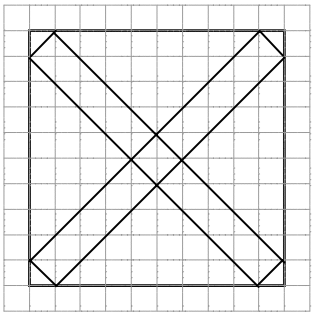
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
		2	3	
f)	Ein Lösungsweg könnte sein: (1) 30 % von 163,08 m² = 48,924 m². (2) 1 Bauteil hat den Flächeninhalt $1{,}005 \cdot 0{,}605\ \text{m}^2 = 0{,}608025\ \text{m}^2$. (3) Anzahl der Bauteile: $\frac{48{,}924}{0{,}608025} = 80{,}463\ldots$. Es müssen 81 Bauteile mit Sonnenkollektoren gekauft werden.			3
	Insgesamt 22 BWE	8	11	3

20. Ballschachtel

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Da die Ballschachtel drei Bälle übereinander aufnimmt und zusätzlich $2 \cdot 3$ cm = 6 cm Styropor-Lagen aufweist, ergibt sich $h_V = 6 \cdot r + 6 = 6 \cdot 8 + 6 = 54$. Die Ballschachtel muss also 54 cm hoch sein.	3		
b)	Hier ist der Gesamtflächeninhalt von sechs Rechtecken mit gegebenen Seitenkantenlängen zu berechnen, also $A = 6 \cdot 54 \cdot 9 = 2\,916$ Der Flächeninhalt aller sechs Rechtecke beträgt also 2 916 cm².	3		
c)	Das regelmäßige Sechseck hat die Kantenlänge s = 9 cm. Ein regelmäßiges Sechseck ist aus sechs gleichseitigen Dreiecken aufgebaut. Der gesuchte Radius ist die Höhe dieser Dreiecke. Diese Höhe lässt sich über die Anwendung des Satzes des Pythagoras berechnen:			

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	$r = \sqrt{s^2 - \left(\frac{1}{2}s\right)^2}$, also $r = \sqrt{9^2 - \left(\frac{1}{2}\cdot 9\right)^2} = \sqrt{81 - 20{,}25} = \sqrt{60{,}75} \approx 7{,}794\ldots$. Die Bälle haben tatsächlich einen Radius von etwa 7,8 cm. *Die direkte Verwendung der Formel der Höhe h in einem gleichseitigen Dreieck mit der Seitenlänge s ist selbstverständlich auch zugelassen:* $h = \frac{s}{2}\cdot\sqrt{3} = 4{,}5\cdot\sqrt{3} = 7{,}794\ldots \approx 7{,}8.$		5	
d)	Auch hier ist die Zerlegung des Sechsecks in sechs kongruente gleichseitige Dreiecke sinnvoll. Für den Flächeninhalt erhält man $A = 6\cdot\frac{1}{2}\cdot s\cdot h = 3\cdot s\cdot h = 3\cdot 9\cdot\sqrt{60{,}75} = 210{,}444\ldots$ Die Grundfläche hat also einen Flächeninhalt $A = 210{,}4\ \text{cm}^2$, also ungefähr 210 cm^2.		4	
e)	Das Volumen der drei Bälle ist das Volumen dreier Kugeln mit dem Radius $r = 7{,}8$ cm: $V_B = 3\cdot\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot r^3$ $= 4\cdot\pi\cdot\left(\sqrt{60{,}75}\right)^3$ $\approx 5950{,}168\ldots$ Die Ballschachtel ist ein Prisma mit der bekannten Grundfläche (aus dem Aufgabenteil d) und der Höhe 54 cm. Dieses Prisma hat das Volumen $V_{Ver} = 210{,}444\ldots\cdot 54 = 11363{,}985\ldots$. Der Raumanteil der Bälle ergibt sich durch $\frac{V_B}{V_{Ver}} = \frac{4\cdot\pi\cdot\sqrt{60{,}75^3}}{27\cdot\sqrt{60{,}75}\cdot 54} = \frac{4\cdot\pi\cdot 60{,}75}{27\cdot 54} \approx 0{,}524 = 52{,}4\%$		3	4
	Insgesamt 22 BWE	6	12	4

21. Das neue Rosenbeet

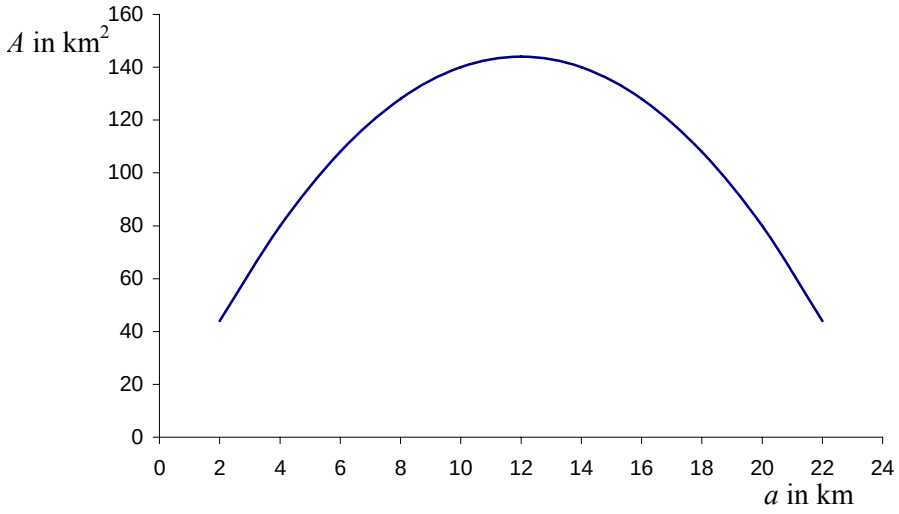
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Die Fläche der beiden kleinen Dreiecke beträgt jeweils 4,5 m², die der beiden großen jeweils 24,5 m². Der Inhalt der restlichen Rasenfläche beträgt also 58 m². Die Fläche des Rosenbeets ergibt sich aus der Subtraktion des Inhalts der restlichen Rasenfläche von der Quadratfläche zu 42 m². Denkbar ist auch eine Berechnung der Rechteckseiten mittels des Satzes von Pythagoras, woraus sich die Rechteckfläche direkt bestimmen lässt.	3	1	
b)	x liegt zwischen 0 und 10. Eine mögliche Wertetabelle ist x | $A(x)$ 2 | 32 4 | 48 6 | 48 8 | 32 10 | 0 	3	1	
c)	Durch eine verfeinerte Wertetabelle, Symmetrieüberlegungen oder die Scheitelpunktsform ($A(x) = -2(x-5)^2 + 50$) ergibt sich das Maximum für $x = 5$.		4	
d)	Die quadratische Gleichung $-2x^2 + 20x = 18$ liefert $x_1 = 1$ und $x_2 = 9$. 		6	
e)	z.B. Argumentation am Graphen: Ein Viertel der Fläche des Quadrats ist 25 m². Die Parabel verläuft aber *oberhalb* von (2,5 | 25). z.B. rechnerische Argumentation: $A(2,5) = 37,5 \neq 25$ Die Behauptung ist also falsch.			4
	Insgesamt 22 BWE	6	12	4

22. Louvre-Pyramide

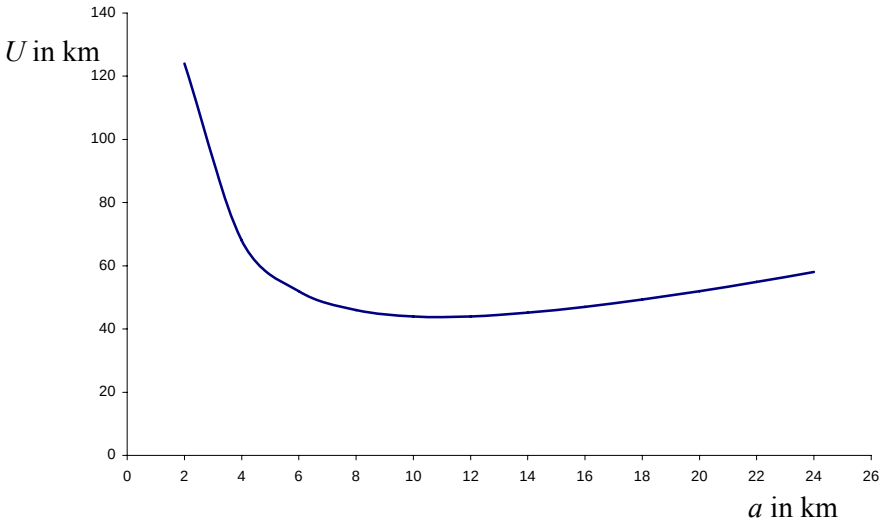
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	$A = 35,42^2 = 1\,254,5764$.	1		
	Die Grundfläche der Louvre-Pyramide beträgt ca. 1 255 m^2.	1		
b)	Die viereckigen Fenster haben die Form einer Raute. *Die gegenüberliegenden Seiten sind parallel, alle Seiten sind gleich lang.*	2		
c)	603 rautenförmige Glasscheiben und 70 dreieckige Glasscheiben mit jeweils halbem Flächeninhalt entsprechen der Fläche von $603 + \frac{70}{2} = 638$ rautenförmigen Glasscheiben. Flächeninhalt einer viereckigen Glasscheibe: $A_v = \frac{2\,000}{638}\ \text{m}^2 = 3,1347...\ \text{m}^2 \approx 3,13\ \text{m}^2$. Flächeninhalt einer dreieckigen Glasscheibe: $A_v = \frac{2\,000}{638 \cdot 2}\ \text{m}^2 = 1,5673... \approx 1,57\ \text{m}^2$.		3	
d)	Glasvolumen: $2\,000 \cdot 0,02\ \text{m}^3 = 40\ \text{m}^3$. Masse des Glases: $40 \cdot 2,2\ \text{t} = 88\ \text{t}$. Es wurden 88 Tonnen Glas verbaut, die Zeitungsnotiz stimmt. Masse einer viereckigen Glasscheibe: $\frac{88\,000}{638} = 137,9310...$. Ein viereckiges Fenster hat eine Masse von etwa 138 kg.	1	2	
e)	<u>Höhe der Seitenfläche:</u> Nach der Formel für die Mantelfläche einer quadratischen Pyramide gilt: $2\,000 = 2 \cdot 35,42 \cdot h_s$ $h_s = \frac{2\,000}{2 \cdot 35,42} = 28,23...$ Die Höhe der Pyramide lässt sich über den Satz von Pythagoras bestimmen: $h^2 = h_s^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$ $h = \sqrt{h_s^2 - 17,71^2}$ $h = 21,987...$ Die Louvre-Pyramide ist etwa 22 m hoch.		2 2	

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Neigungswinkel der Seitenflächen: $\tan\alpha = \frac{h}{\frac{a}{2}} = \frac{2 \cdot h}{a}$ $\alpha = 51{,}149...$ Der Neigungswinkel beträgt etwa 51,1°.		2	
f)	Volumen der Cheopspyramide: $V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$ $= \frac{1}{3} \cdot 230{,}12^2 \cdot h$ Höhe der Cheopspyramide: $\tan\alpha = \frac{h}{\frac{a}{2}} = \frac{2 \cdot h}{a}$ $h = \frac{\tan\alpha \cdot a}{2}$ $h = 142{,}848...$ *Hinweis: Die ursprüngliche Höhe der Cheopspyramide betrug ca. 146 m.* $V = \frac{1}{3} \cdot 230{,}12^2 \cdot 142{,}848...$ $V = 2\,521\,526{,}499...$ Volumenvergleich Cheopspyramide und Louvre-Pyramide: $\frac{V_{Ch}}{V_L} = \frac{2521526{,}499...}{\frac{1}{3} \cdot 1\,254{,}5764 \cdot 21{,}99} = 274{,}1968...$ Das Volumen der Louvre-Pyramide würde etwa 274-mal in die Cheopspyramide passen.		3	3
	Insgesamt 22 BWE	5	14	3

23. Pachoms Weg

<table>
<tr><th></th><th>Lösungsskizze</th><th colspan="3">Zuordnung, Bewertung</th></tr>
<tr><th></th><th></th><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>a)</td><td>Skizze von Pachoms Weg; der Streckenzug umrandet ein Trapez mit rechten Winkeln in B und in C.</td><td>3</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>b)</td><td>Berechnung des 4. Teilweges über den Satz des Pythagoras:
$x = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$
Gesamtlänge von Pachoms Wanderweg: 18km + 8 km + 12km + 10km = 48km.</td><td>3</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>c)</td><td>Flächeninhalt des umwanderten Landes: $A = \frac{18+12}{2} \cdot 8 = 120$ (km^2).</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>d)</td><td>Rechtecke mit dem Umfang 48 km:
<table>
<tr><td>Umfang in km</td><td colspan="7">$2a + 2b = 48$</td></tr>
<tr><td>a</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>8</td><td>10</td><td>12</td><td>14</td></tr>
<tr><td>b</td><td>22</td><td>20</td><td>18</td><td>16</td><td>14</td><td>12</td><td>10</td></tr>
<tr><td>A in km^2</td><td>44</td><td>80</td><td>108</td><td>128</td><td>140</td><td>144</td><td>140</td></tr>
</table>
Flächeninhaltsfunktion:
$A = a \cdot b$
$b = 24 - a$
$A = a \cdot (24 - a) = 24a - a^2$.
Grafische Darstellung:


Das Quadrat mit der Seitenlänge 12 km hat den gleichen Umfang wie Pachoms Wanderweg, aber mit 144 km^2 eine wesentlich größere Fläche.</td><td></td><td>3
3</td><td></td></tr>
</table>

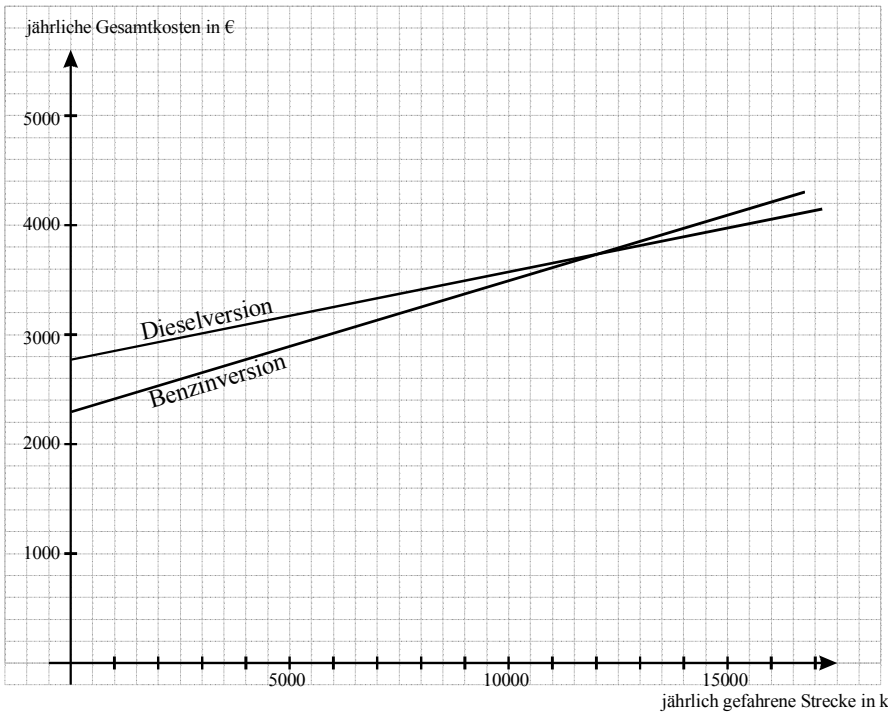
<table>
<tr><th></th><th>Lösungsskizze</th><th colspan="3">Zuordnung, Bewertung</th></tr>
<tr><th></th><th></th><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>e)</td><td>Rechtecke mit dem Flächeninhalt 120 km^2:
<table>
<tr><td>A in km^2</td><td colspan="7">$a \cdot b = 120$</td></tr>
<tr><td>a in km</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>8</td><td>10</td><td>12</td><td>14</td></tr>
<tr><td>b in km</td><td>60</td><td>30</td><td>20</td><td>15</td><td>12</td><td>10</td><td>8,571</td></tr>
<tr><td>U in km</td><td>124</td><td>68</td><td>52</td><td>46</td><td>44</td><td>44</td><td>45,1</td></tr>
</table></td><td></td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Umfangslängenfunktion:
$U = 2a + 2b$
$b = \frac{120}{a}$
$U = 2a + 2 \cdot \frac{120}{a} = 2a + \frac{240}{a}$
Grafische Darstellung:
 

Von allen Rechtecken mit dem Flächeninhalt 120 km^2 gibt es offensichtlich eines mit geringstem Umfang.
Seine Seitenlängen a und b liegen jeweils zwischen 10 km und 12 km.
Eine genauere Prüfung ergibt:
Das Quadrat mit der Seitenlänge $\sqrt{120}$ km ≈ 10,954 km hat von allen Rechtecken mit dem Flächeninhalt den geringsten Umfang, nämlich
$U = 4 \cdot \sqrt{120}$ km ≈ 43,818 km.
Das sind mehr als 4 km weniger, als Pachom auf seiner Wanderung zurückgelegt hat.</td><td></td><td></td><td>2
2
2</td></tr>
<tr><td></td><td>Insgesamt 22 BWE</td><td>6</td><td>10</td><td>6</td></tr>
</table>

24. Fahrrad

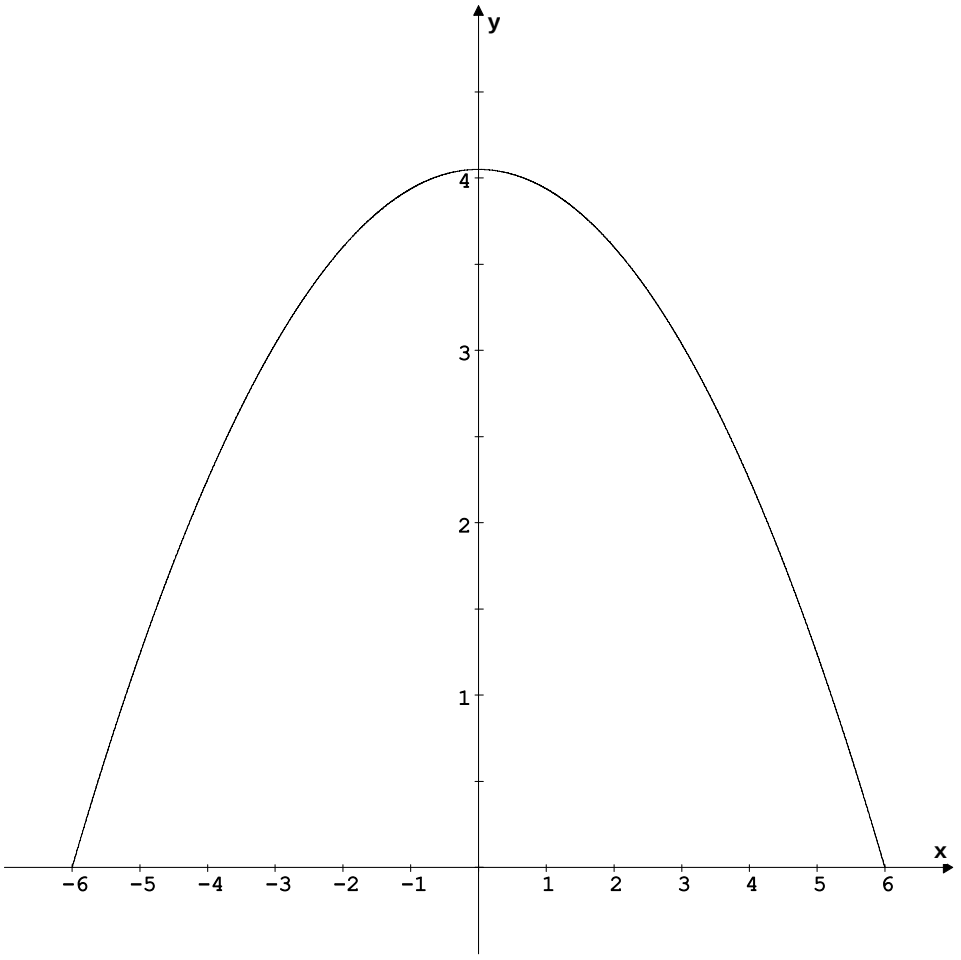
<table>
<tr><th></th><th>Lösungsskizze</th><th colspan="3">Zuordnung, Bewertung</th></tr>
<tr><th></th><th></th><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>a)</td><td>
<table>
<tr><td>Angebot 1 Tag Nr.</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr>
<tr><td>Geldmenge im Sparschwein in €</td><td>15</td><td>20</td><td>25</td><td>30</td><td>35</td><td>40</td><td>45</td></tr>
</table>
<table>
<tr><td>Angebot 2 Tag Nr.</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr>
<tr><td>Geldmenge im Sparschwein in €</td><td>0,9</td><td>1,8</td><td>3,6</td><td>7,2</td><td>14,4</td><td>28,8</td><td>57,6</td></tr>
</table>
Angebot 2 ist günstiger.</td><td>6</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>b)</td><td>Grafik B stellt den Sachverhalt richtig dar.</td><td></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>c)</td><td>z.B. Grafik A ist falsch, weil die Elemente der Funktion „Einzahlungszeitpunkt am Tag $x \rightarrow$ Geldmenge im Sparschwein in €“ bei einer Zunahme von 5 € pro Tag auf einer Geraden liegen müssten. Eine Gerade ist hier aber nicht angebildet.
z.B. C ist falsch, weil ein Graph für den Tag 0 einen Geldbetrag von 25 € angibt. Dies ist aber in keinem der beiden Angebote der Fall.
Möglich sind auch andere schlüssige Argumentationen.</td><td></td><td></td><td>4</td></tr>
<tr><td>d)</td><td>Die Funktionsgleichung lautet $f(x) = 5x + 15$.</td><td></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>e)</td><td>
<table>
<tr><th></th><th>Angebot 1</th><th>Angebot 2</th></tr>
<tr><td>Der Betrag im Sparschwein nimmt täglich um den gleichen Prozentsatz zu.</td><td>falsch</td><td>wahr</td></tr>
<tr><td>Der Betrag im Geldschwein nimmt täglich um den gleichen Eurobetrag zu.</td><td>wahr</td><td>falsch</td></tr>
<tr><td>Der Betrag im Geldschwein wird mit der Zeit größer.</td><td>wahr</td><td>wahr</td></tr>
</table></td><td></td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>f)</td><td>„An welchem Tag würden bei Fortführung von Angebot 2 über die 7 Tage hinaus 30 198 988,80 € angespart sein?“
Die Gleichung $0{,}9 \cdot 2^{x} = 30\,198\,988{,}8$ führt nach Umstellen und Logarithmieren zu der Lösung $x = 25$.
Ein möglicher Lösungsweg wäre auch das geschickte Probieren oder das mehrfache Verdoppeln von 0,9.</td><td></td><td>3</td><td>2</td></tr>
<tr><td></td><td>Insgesamt 22 BWE</td><td>6</td><td>10</td><td>6</td></tr>
</table>

25. Autokauf

<table>
<tr><th></th><th>Lösungsskizze</th><th colspan="3">Zuordnung, Bewertung</th></tr>
<tr><th></th><th></th><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>a)</td><td>
<table>
<tr><th>jährlich gefahrene Strecke</th><th>jährliche Gesamtkosten (Benzinversion)</th><th>jährliche Gesamtkosten (Dieselversion)</th></tr>
<tr><td>5000 km</td><td>2891,40 €</td><td>3170,80 €</td></tr>
<tr><td>10000 km</td><td>3491,40 €</td><td>3570,80 €</td></tr>
<tr><td>15000 km</td><td>4091,40 €</td><td>3970,80 €</td></tr>
</table>
</td><td>6</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>b)</td><td>Benzinversion: $f(x) = 0{,}12x + 2291{,}4$, Dieselversion: $g(x) = 0{,}08x + 2770{,}8$</td><td></td><td>5</td><td></td></tr>
<tr><td>c)</td><td> 
</td><td></td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td>d)</td><td>Ablesen aus einer verfeinerten Wertetabelle oder Ablesen am Graphen oder Lösen eines Gleichungssystems:
Ab ca. 12000 km (genau 11985 km) jährlicher Fahrleistung lohnt sich ein Dieselfahrzeug.</td><td></td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>e)</td><td>Wenn sich die Kosten für die Kraftfahrzeugsteuer erhöhen, erhöhen sich damit auch die jährlichen Festkosten.
Der Schnittpunkt der Geraden verschiebt sich dann nach links, d.h. schon ab einer geringeren jährlichen Fahrstrecke lohnt sich ein Dieselfahrzeug.
Bei einer großen Erhöhung schneiden sich die Geraden gar nicht mehr für positive x-Werte. In diesem Fall lohnt sich ein Dieselfahrzeug unabhängig von der jährlichen Fahrstrecke.</td><td></td><td></td><td>4</td></tr>
<tr><td></td><td>Insgesamt 22 BWE</td><td>6</td><td>12</td><td>4</td></tr>
</table>

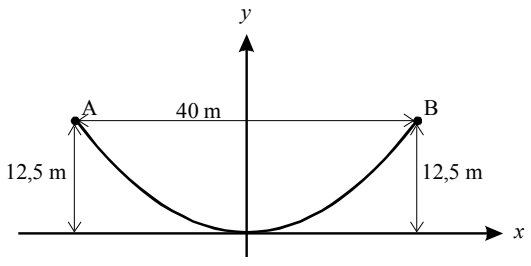
26. Alsterschifffahrt

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Die Fahrt beginnt um 10.15 Uhr und endet um 11.07 Uhr. Die Fahrzeit des Schiffes beträgt also 52 min. Da sich zwischen Start und Ziel sechs Haltepunkte befinden, gilt der günstigere Fahrpreis (ab 5. Anleger) von 6,50 €.	2		
b)	• Die Fahrt geht über 3 Teilstrecken. Der Fahrpreis für 2 Erwachsene und 2 Kinder beträgt damit $3 \cdot \left(2 \cdot \left(1{,}30 + 0{,}65\right)\right) = 6 \cdot 1{,}95 = 11{,}70$. Der gesamte Fahrpreis beträgt 11,70 €. • Die Fahrt beginnt um 10.15 Uhr und endet um 10.33 Uhr. Das entspricht einer Fahrzeit von 18 min. • Berechnung der Durchschnittsgeschwindigkeit des Schiffes: $\frac{3{,}6 \cdot 60}{18} = 12$. Die Durchschnittsgeschwindigkeit des Schiffes beträgt $12 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.	3 2 2		
c)	Die Gleichung $y = \frac{1}{40}x^2 + 5$ beschreibt (wegen $\frac{1}{40} > 0$) eine nach oben geöffnete Parabel und kommt daher nicht infrage. Die Gleichung $y = -\frac{1}{40}x^2 + 5$ beschreibt eine nach unten offene Parabel mit positivem *y*-Achsenabschnitt und kommt daher prinzipiell infrage. Die Gleichung $y = -\frac{1}{40}x^2 - 5$ beschreibt zwar eine nach unten geöffnete Parabel. Der Scheitelpunkt liegt aber unterhalb der *x*-Achse, so dass die Gleichung in diesem Zusammenhang nicht infrage kommt.		3	
d)	Die Parabelgleichung ist von der Form $y = a \cdot x^2 + c$. An der Stelle $x = 0$ gilt: $y = a \cdot 0^2 + c = 4{,}05$. Daraus folgt: $c = 4{,}05$. Die Parabel hat die Nullstellen -6 und 6. Eingesetzt in die Parabelgleichung: $0 = a \cdot 6^2 + 4{,}05$ $a \cdot 6^2 = -4{,}05$ $a = \frac{-4{,}05}{6^2}$ $a = -\frac{9}{80}$ Die Parabel hat die Gleichung $y = -\frac{9}{80}x^2 + 4{,}05$.		4	

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Grafische Darstellung:  	2		
e)	Das Schiff ist 4,96 m breit. Gesucht ist die „Höhe“ des Parabelpunktes an der Stelle $x = \frac{4,96}{2} = 2,48$. $f(2,48) = -\frac{9}{80} \cdot 2,48^2 + 4,05$ $= 3,35808$ Wegen 2,50 m < 3,36 m reicht die Brückenhöhe für die Durchfahrt des Schiffes aus. Oder: „Spannweite“ der Brücke in 2,50 m Höhe: $-\frac{9}{80} \cdot x^2 + 4,05 = 2,5$ $\frac{9}{80} \cdot x^2 = 1,55$ $x = \pm 3,711...$			

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	In 2,50 m Höhe hat die Brücke eine Spannweite von ca. 7,42 m. Bei einer Breite des Schiffes von knapp 5 m reicht dies für die Durchfahrt. *Ersatzgleichung:* $f(2,48) = -\frac{1}{5} \cdot 2,48^2 + 4,5$ $= 3,26992$ Wegen 2,50 m < 3,27 m reicht die Brückenhöhe für die Durchfahrt des Schiffes aus. Oder: „Spannweite“ der Brücke in 2,50 m Höhe: $-\frac{1}{5} \cdot x^2 + 4,5 = 2,5$ $\frac{1}{5} \cdot x^2 = 2$ $x = \pm 3,162...$ In 2,50 m Höhe hat die Brücke eine Spannweite von ca. 6,30 m. Bei einer Breite des Schiffes von knapp 5 m reicht dies für die Durchfahrt. Es wird allerdings sehr knapp.			4
	Insgesamt 22 BWE	11	7	4

27. Brücken

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Gesamtgewicht der Fahrzeuge: $40 \cdot 950$ kg = 38000 kg = 38 t	2		
b)	Zeichnung z.B. so:  A(–20 | 12,5) und B(20 | 12,5)	3		
c)	Gleichung (3) ist richtig. Eine Begründung ist nicht gefordert.		2	

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
d)	Aus Symmetriegründen müssen lediglich 3 Einzellängen berechnet werden, da jede Seillänge viermal auftritt. Die Gesamtlänge berechnet sich also mittels 4 ($f(5) + f(10) + f(15)$). Bei korrekter Auswahl in Aufgabenteil b) ergeben sich damit 43,75 m. *Falls in Aufgabenteil c) die falsche Auswahl (1) getroffen und damit folgerichtig weitergerechnet wurde, ist dies zwar einerseits als korrekt zu beurteilen, wegen des dann geringeren Rechenaufwands in Aufgabenteil d) aber mit zwei Punkten Abzug zu werten. Im Falle der falschen Auswahlen (2) oder (4) in Aufgabenteil c) und folgerichtigem Weiterarbeiten in Aufgabenteil d) ist wegen des dann vergleichbaren Rechenaufwands in diesem Aufgabenteil die volle Punktzahl zu geben.*		7	
e)	Da eine Fahrbahnseite nach den Angaben aus der Abbildung 5 m breit ist, ergibt sich die maximale Durchfahrtshöhe zu $\|f(5)\|$ m = 4 m. Eine Fahrzeughöhe von 3,19 m bedeutet, dass bis zur maximalen Durchfahrtshöhe noch 0,81 m fehlen. Es ist also die Gleichung $-0{,}81 = -0{,}16x^2$ zu lösen. Die negative der beiden Lösungen ist irrelevant, da das Fahrzeug auf der rechten Fahrbahnhälfte fahren muss. Das Fahrzeug darf also maximal 2,25 m breit sein.		3	5
	Insgesamt 22 BWE	5	12	5

28. Rechteck im Trapez

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Flächeninhalt des Trapezes: Es gibt verschiedene Lösungswege. $A = \frac{15+3}{2} \cdot 8 = 72$ (cm^2).	4		
b)	Es gibt verschiedene Lösungswege. P liegt auf der Geraden durch C und D. Diese hat die Gleichung $f(x) = -1{,}5x + 15$. Der Punkt P hat die y-Koordinate $f(2) = -1{,}5 \cdot 2 + 15 = 12$, also: $P(2 \mid 12)$. Flächeninhalt des Rechtecks: $A_R = 2 \cdot 12 = 24$ (cm^2).	3	5	
c)	Der Flächeninhalt des Rechtecks ergibt sich aus dem Produkt der Koordinaten des Punktes P. $A_R = x \cdot y = x \cdot (-1{,}5x + 15)$		4	

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
d)	$A_R = x \cdot y = x \cdot (-1{,}5x + 15) = -1{,}5x^2 + 15x$. Es gibt mehrere Möglichkeit, das Maximum des Flächeninhalts zu berechnen, z.B.: (1) Über die Nullstellen der Parabel: Die Gleichung $x \cdot (-1{,}5x + 15) = 0$ hat die Nullstellen 0 und 10. Aus Symmetriegründen liegt das gesuchte Maximum an der Stelle $x = 5$. Das Maximum selbst beträgt $A_{max} = 5 \cdot (-1{,}5 \cdot 5 + 15) = 37{,}5$. (2) Scheitelpunktberechnung: $A_R = -1{,}5x^2 + 15x$ $A_R = -1{,}5(x^2 - 10x + 25) + 37{,}5$ $A_R = -1{,}5(x - 5)^2 + 37{,}5$ Scheitelpunkt $S\,(5 \mid 37{,}5)$. Die Lage des gesuchten Rechtecks mit maximalem Flächeninhalt wird durch den Punkt $P\,(5\,;\,-1{,}5 \cdot 5 + 15) = P\,(5 \mid 7{,}5)$ beschrieben. Der maximale Flächeninhalt beträgt 37,5 cm^2.			6
	Insgesamt 22 BWE	7	9	6

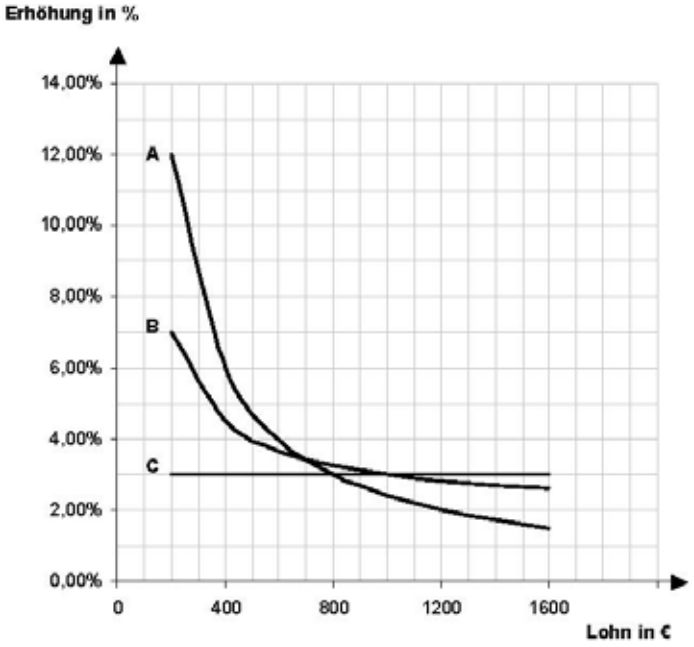
29. Lohnerhöhung

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Lohnerhöhungen in Abhängigkeit vom Lohn:	3		

Lohn	200 €	400 €	600 €	800 €	1000 €	1200 €	1400 €	1600 €
A	24 €	24 €	24 €	24 €	24 €	24 €	24 €	24 €
B	14 €	18 €	22 €	26 €	30 €	34 €	38 €	42 €
C	6 €	12 €	18 €	24 €	30 €	36 €	42 €	48 €

b)	Berechnen der Lohnerhöhung in % und Erstellen der Tabelle und Grafik (berechnete Werte auf eine Stelle gerundet):							4	4	

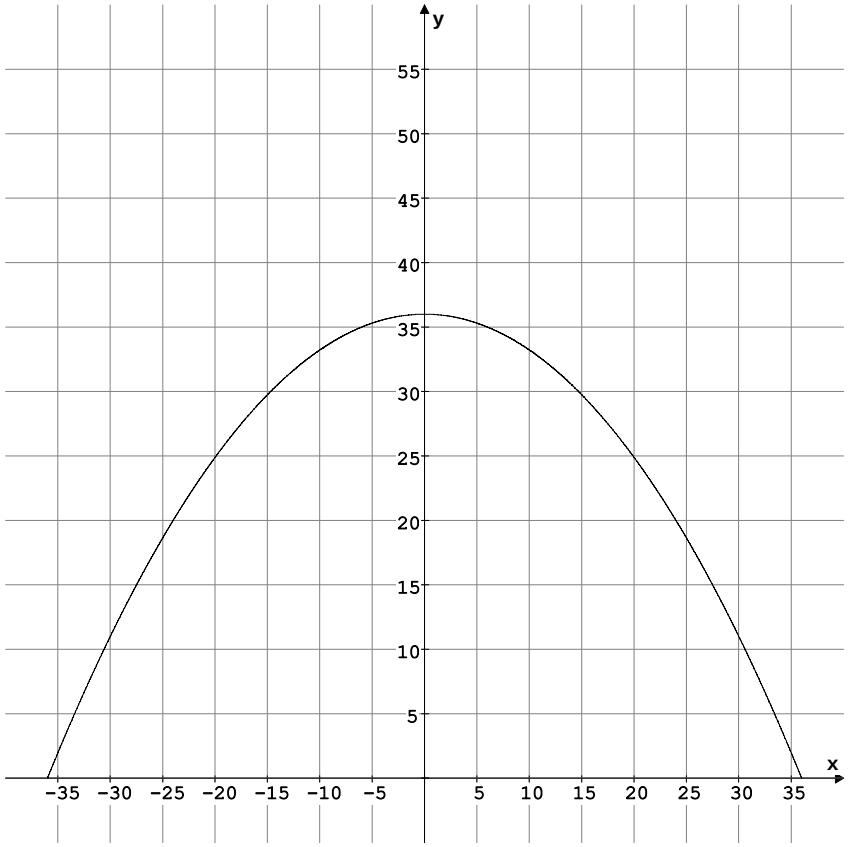
Lohn	200 €	400 €	600 €	800 €	1000 €	1200 €	1400 €	1600 €
A	12 %	6 %	4 %	3 %	2,4 %	2 %	1,7 %	1,5 %
B	7 %	4,5 %	3,7 %	3,3%	3 %	2,8 %	2,7 %	2,6 %
C	3 %	3 %	3 %	3 %	3 %	3 %	3 %	3 %

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
			6	
c)	Je nach dem, was zum Ausdruck gebracht werden soll, gilt eine der beiden Begründungen: • Soll zum Ausdruck gebracht werden, dass untere Lohngruppen stärker profitieren, ist die Grafik mit prozentualer Lohnerhöhung auszuwählen. • Soll dagegen zum Ausdruck gebracht werden, dass alle das Gleiche an Lohnerhöhung erhalten, ist die gegebene Grafik auszuwählen.			5
	Insgesamt 22 BWE	7	10	5

30. Berliner Bogen

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Die Grundfläche des Gebäudes ist ein Rechteck mit den Seitenlängen 140 m und 72 m. Für den Flächeninhalt gilt also $A = 140 \cdot 72 = 10\,080$. Das Gebäude hat eine Grundfläche von 10 080 m².	2		
b)	75 % von 43 000 m² sind $\frac{75}{100} \cdot 43\,000\ \text{m}^2 = 32\,250\ \text{m}^2$. $32\,250 \cdot 15\ € = 483\,750\ €$. Die monatlichen Mieteinnahmen betragen 483 750 €.	2		

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
c)	Anteil der Grünfläche an der Gesamtfläche: $\frac{3\,300}{43\,000} = 0{,}0767...$ Ungefähr 7,7 % der Gesamtfläche des Hauses sind Grünflächen. *Andere Lösungswege sind auch möglich.*		2	
d)	$V = 120 \cdot 39 \cdot 5{,}5 = 25\,740$. Das Wasserbecken kann bis zu 25 740 m^3 Wasser aufnehmen, das sind 25 740 000 Liter.	3		
e)	Die Gleichung $y = \frac{1}{4}x^2 + 30$ beschreibt eine nach oben geöffnete Parabel und kommt daher nicht infrage. Die Gleichung $y = -\frac{1}{4}x^2 + 30$ beschreibt eine nach unten offene Parabel mit positivem *y*-Achsenabschnitt und kommt daher prinzipiell infrage. Die Gleichung $y = -\frac{1}{4}x^2 - 30$ beschreibt zwar eine nach unten geöffnete Parabel. Der Scheitelpunkt liegt aber unterhalb der *x*-Achse, so dass die Gleichung in diesem Zusammenhang nicht infrage kommt.		3	
f)	Die Parabelgleichung ist von der Form $y = a \cdot x^2 + c$. An der Stelle $x = 0$ gilt: $y = a \cdot 0^2 + c = 36$. Daraus folgt: $c = 36$. Die Parabel hat die Nullstellen -36 und 36. Eingesetzt in die Parabelgleichung: $0 = a \cdot 36^2 + 36$ $a \cdot 36^2 = -36$ $a = -\frac{1}{36}$ Die Parabel hat die Gleichung $y = -\frac{1}{36}x^2 + 36$.		4	

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
		2		
g)	Eingesetzt in die Parabelgleichung gilt: $-\frac{1}{36}x^2 + 36 = 12,7$ $-\frac{1}{36}x^2 = -23,3$ $x^2 = 838,8$ $x \approx \pm 28,962...$ Die Zwischendecke ist ca. $28,962\text{ m} \cdot 2 \approx 57,90\text{ m}$ breit.			4
	Insgesamt 22 BWE	9	9	4

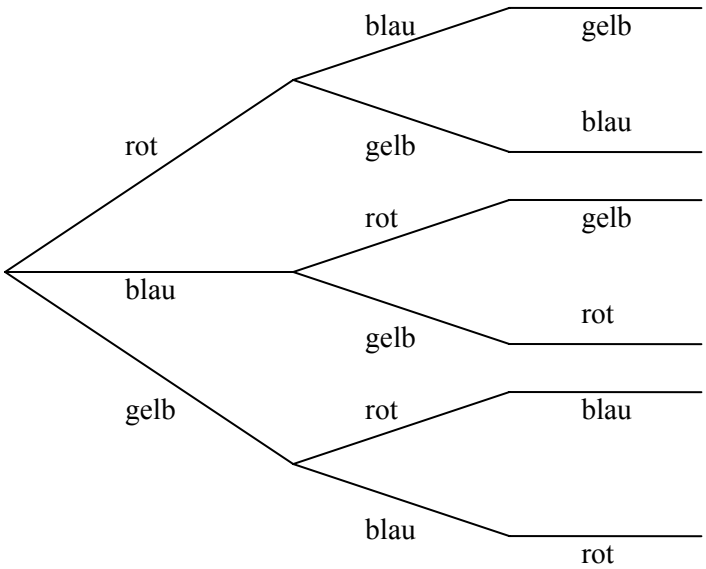
31. Lotterie

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	245 ; 254 ; 425 ; 452 ; 524 ; 542	3		
b)	$P(542) = \frac{1}{6}$.	2		

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
c)	P("Zahl ist durch 5 teilbar") $= P$("die letzte Ziffer ist durch 5 teilbar") Für die letzte Ziffer kommt im günstigen Fall also nur 5 in Frage, damit sind folgende zwei Zahlen günstig: 245 und 425. P("Zahl ist durch 5 teilbar") $= \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \approx 33\,\%$. Unter den 6 in a) genannten Zahlen sind 4 kleiner als 500, also gilt: P("Zahl ist kleiner als 500") $= \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \approx 67\,\%$.	1 1 1 1		
d)	Für die erste Ziffer (das erste Plättchen) gibt es 5 Möglichkeiten, für jede dieser 5 Möglichkeiten gibt es 4 Möglichkeiten für die nächste Ziffer u.s.w. Insgesamt gibt es also $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ verschiedene mögliche fünfstellige Zahlen, die gezogen werden können.		3	
e)	• Von den 120 bei der Ziehung gleichwahrscheinlichen möglichen Gewinnzahlen ist für den Käufer (eines einzigen Loses) genau eine günstig. Also $p_1 = \frac{1}{120} \approx 0{,}83\,\%$. • Wenn nur die letzten beiden Ziffern übereinstimmen sollen, können die übrigen drei ersten Ziffern bei der Ziehung für den Losbesitzer noch beliebig sein. Dafür gibt es dann $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ Varianten. Insgesamt gibt es von den 120 bei der Ziehung gleichwahrscheinlichen möglichen Gewinnzahlen also 6, bei denen die letzten beiden Ziffern mit denen des Losbesitzers übereinstimmen. Eine von diesen 6 Gewinnzahlen ist aber die Gewinnzahl selbst, so dass genau die verbleibenden 5 Gewinnzahlen zur „Riesenwurst mit Beilage“ führen. Die gesuchte Wahrscheinlichkeit beträgt also $p_2 = \frac{5}{120} = \frac{1}{24} \approx 4{,}2\,\%$.		3	2
f)	Berechnung der Einnahmen beim Verkauf der 1 200 Lose: $1\,200 \cdot 0{,}50\,€ = 600\,€$. Zu berücksichtigen sind 12 € Materialkosten. Nachdem die Gewinnzahl gezogen worden ist, gibt es • 10 Lose, die zu einem Hauptgewinn gehören, und entsprechend der Argumentation von e) gibt es • 50 Lose, die zum Gewinn einer „Riesenwurst mit Beilage“ führen. Also müssen die Veranstalter an weiteren Kosten kalkulieren: $10 \cdot 30\,€ = 300\,€$ für die Hauptgewinne, $50 \cdot 2\,€ = 100\,€$ für die „Riesenwürste“. Dann bleiben also $600\,€ - 12\,€ - 300\,€ - 100\,€ = 188\,€$ als „Gewinn“ für die Klasse.		1	

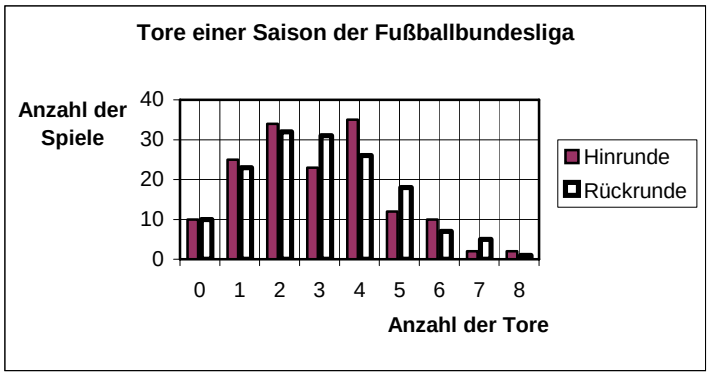
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Ausgeschüttet werden $300\ € + 100\ € = 400\ €$, das sind mehr als 50 % der Einnahmen von 600 €.		2	2
	Insgesamt 22 BWE	9	9	4

32. Lotterie auf dem Schulfest

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Die möglichen Ergebnisse sind rbg, rgb, brg, bgr, grb und gbr.	2		
b)	Es gibt 6 mögliche Ergebnisse, das Ergebnis rbg ist eins davon. Also beträgt die Wahrscheinlichkeit für das Ergebnis rbg $\frac{1}{6}$ (bzw. $P(\text{rbg}) = \frac{1}{6}$).	2		
c)	Aus Symmetriegründen ist es egal, welche Ziehung man zuerst betrachtet. Die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten der einzelnen Kugeln bleibt gleich, nämlich $\frac{1}{3}$. Es gilt also $P(D) = \frac{1}{3}$. Man kann auch (umständlicher) mit einem Baumdiagramm des zeitlichen Stufenexperiments argumentieren.  *D*: Es gibt zwei Ergebnisse, bei denen die dritte Kugel rot ist (bgr und gbr). Jedes einzelne Ergebnis hat die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{6}$, also ist $P(D) = 2 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$.			

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Z: Mit dem prinzipiell gleichen Argument wie oben begründet man: $P(Z) = \frac{2}{3}$. Natürlich erhält man die Lösung auch aus dem Baumdiagramm (wenn auch umständlicher): Es gibt 4 Ergebnisse, bei denen die zweite Kugel nicht blau ist (rgb, brg, bgr und grb). Da jedes einzelne Ergebnis wiederum die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{6}$ hat, folgt: $P(Z) = 4 \cdot \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$. *Hinweis: Die Wahrscheinlichkeiten können u. a. auch mit dem beschrifteten Baumdiagramm berechnet werden.*		6	
d)	Die Anzahl *n* der möglichen Ergebnisse berechnet sich aus $n = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$.		2	
e)	Wenn man das „Tippen“ der Schüler als einen zufälligen Vorgang auffasst, bei dem alle 120 Ergebnisse gleichverteilt getippt werden, dann kann man wie folgt argumentieren: b-g-r-s-w ist eins von 120 Ergebnissen, also folgt *P*(b-g-r-s-w) = $\frac{1}{120}$. Bei 500 Tippscheinen werden 4,2 Gewinne erwartet, da $500 \cdot \frac{1}{120} \approx 4,2$.		2	
f)	Einnahmen: $500 \cdot 1,5\ € = 750\ €$ Ausgaben: $25\ € + 5 \cdot 100\ € = 525\ €$. Gewinn = Einnahmen – Ausgaben = $750\ € - 525\ € = 225\ €$. 30 % von den Einnahmen sind $750\ € \cdot 0,3 = 225\ €$. Die Planung ist also – so gesehen – stimmig.		4	
g)	Das Risiko liegt in der Anzahl der auftretenden Gewinner. Die erwartete Anzahl von Gewinnern ist ein Durchschnittswert für eine große Anzahl von Tippscheinen. Es können also durchaus mehr als 5 Gewinner vorkommen. Man muss deshalb bedenken, ob man auf Vorrat gekaufte Gewinne zurückgeben kann bzw. ob man schnell Gewinne nachkaufen kann. Die **erwarteten** Ausgaben betragen dabei zwar – anders als in f) berechnet – nur $25\ € + \frac{500}{120} \cdot 100\ € \approx 442\ €$, aber es können durchaus 6 oder mehr Gewinner auftreten, bei mehr als 7 Gewinnern machen die „Lotterieveranstalter“ sogar Verlust. *Hinweis: Die Wahrscheinlichkeit, dass bei 500 Tippscheinen 6 (8) oder mehr Gewinne auftreten, beträgt immerhin mehr als 24 % (6%).*			2
h)	• Man könnte also z.B. 8 Gewinne zu 62,5 € kaufen oder • man könnte nur mit 4 Kugeln arbeiten und dann z.B. 30 Gewinne á 17 € einkaufen. Die Kalkulation aus e) bleibt dabei weitgehend unverändert. *Die Wahrscheinlichkeit, bei diesem zweiten Verfahren mehr als 30 Gewinner zu erhalten, ist dann übrigens kleiner als 2%..*			2
	Insgesamt 22 BWE	4	14	4

33. Fußballbundesliga

<table>
<tr><th></th><th>Lösungsskizze</th><th colspan="3">Zuordnung, Bewertung</th></tr>
<tr><th></th><th></th><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>a)</td><td>2 Runden, 9 Spiele pro Spieltag, 17 Spieltage ergeben $2 \cdot 9 \cdot 17 = 306$ Spiele.</td><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>b)</td><td> 
</td><td>2</td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>c)</td><td>
<table>
<tr><td>Anzahl der Tore k</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr>
<tr><td>Relative Häufigkeit als Bruch</td><td>$\frac{20}{306}$</td><td>$\frac{48}{306}$</td><td>$\frac{66}{306}$</td><td>$\frac{54}{306}$</td><td>$\frac{61}{306}$</td><td>$\frac{30}{306}$</td><td>$\frac{17}{306}$</td><td>$\frac{7}{306}$</td><td>$\frac{3}{306}$</td></tr>
<tr><td>Relative Häufigkeit als Dezimalzahl</td><td>0,065</td><td>0,157</td><td>0,216</td><td>0,176</td><td>0,199</td><td>0,098</td><td>0,056</td><td>0,023</td><td>0,010</td></tr>
</table>
</td><td>2</td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>d)</td><td>Der Mittelwert errechnet sich aus der Gesamtanzahl aller Tore dividiert durch die Gesamtanzahl aller Spiele: $\frac{911}{306} \approx 2{,}98$.
Es fallen fast 3 Tore pro Spiel.</td><td></td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>e)</td><td>Zum Beispiel mit dem Dreisatz:
$2{,}98 \text{ Tore} \mathrel{\hat{=}} 100\%$
$1 \text{ Tor} \mathrel{\hat{=}} \frac{100}{2{,}98}\%$
$8 \text{ T} \mathrel{\hat{=}} 268{,}5\%$
Bei Spielen mit 8 Toren wird der Mittelwert von 2,98 Toren um 168,5 % überschritten.
Hinweis:
Rechnet man mit dem Mittelwert 3 Tore, so beträgt der Prozentsatz 266,7 %.</td><td></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>f)</td><td>• Anzahl der Tore in der Hin- und Rückrunde.
• Vergleich der Zentralwerte bei beiden Runden
• Null-Tore Spiele
• 35 Spiele mit 4 Toren / 32 Spiele mit 2 Toren
• Weitere Unterschiede / Gemeinsamkeiten sind möglich</td><td></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>g)</td><td><u>20 Vereine:</u>
10 Spiele pro Spieltag und 19 Spieltage ergeben $10 \cdot 19 = 190$ Spiele in einer Runde.</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	19 Vereine: An jedem Spieltag gibt es 9 Spiele, eine Mannschaft setzt jeweils aus. Insgesamt muss es also 19 Spieltage geben. Also gibt es $9 \cdot 19 = 171$ Spiele.			5
	Insgesamt 22 BWE	6	11	5

34. Verkehrszählung

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Vorbemerkung: Die Bearbeitung dieser Aufgabe erfordert wenig Rechnungen, aber die Fähigkeiten, - Aussagen zu verstehen, - sorgfältig zwischen Anteilen und Zahlen (also zwischen relativen und absoluten Häufigkeiten) zu unterscheiden und - Überschlagsrechnungen ausführen zu können.			
a)	Die Aussage ist richtig: Ein Blick auf das Diagramm zeigt, dass die **Zahl** von Pkws pro Stunde in der Zeit von 17h bis 19h zu keiner anderen Tageszeit erreicht wird.	2		
b)	Die Aussage ist falsch: In der Zeit von 22 Uhr bis 7 Uhr sind mehr als 6 500 (6 738) Autos unterwegs, während das Maximum am Nachmittag (pro Stunde) bei 5 468 Autos liegt.	2		
c)	Die Aussage ist falsch: Ein Blick auf das Diagramm oder in die Tabelle zeigt, dass die **Zahl** der nicht angeschnallten Fahrer in den Stunden hohen Verkehrsaufkommens besonders hoch ist.	2		
d)	Die Aussage ist falsch: Legt man eine auch nur ungefähr ausgleichende Parallele zur x-Achse in das Diagramm, so sieht man, dass sie höher liegt als bei 1500 PKWs pro Stunde. Anders argumentiert: Legt man eine Parallele zur x-Achse bei 1500 PKWs pro Stunde in das Diagramm, so sieht man, dass in 14 Stunden der Verkehr diesen Wert teilweise um das Doppelte überschritten hat; dies kann in den anderen zehn Stunden nicht ausgeglichen werde. (Addiert man alle Werte, so erhält man, dass im gesamten Beobachtungszeitraum 49995 PKWs gezählt wurden, also im Schnitt etwas mehr als 2000 pro Stunde.)		3	
e)	Die Aussage ist richtig: Da eine Stunde 3600 Sekunden hat, bedeutet „mehr als ein Auto pro Sekunde“ mehr als 3600 PKWs pro Stunde. Dieser Wert wird sowohl im morgendlichen wie im frühabendlichen Verkehr deutlich überschritten.		2	

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
f)	Die Aussage ist falsch: Ein schneller Vergleich, ob die Zahl der unangeschnallten Autofahrer über 10 % liegt (indem z.B. bei der Gesamtzahl die letzte Stelle gestrichen und diese Zahl mit der Zahl der Unangeschnallten verglichen wird), zeigt, dass der Anteil der unangeschnallten Fahrer zwar in der Zeit von 7 h bis 18 h teilweise deutlich unter der 10 % - Grenze liegt, aber in den letzten beiden Stunden bis 20 h diese Marke überschreitet.		2	
g)	Die Aussage ist richtig: Hier ist es sinnvoll, die jeweiligen Anteile nicht angeschnallter Fahrer zu errechnen; es reichen hierfür ungefähre Schätzungen. (Die genauen Werte – die nicht alle berechnet werden müssen - sind in der unten angeführten Tabelle zusammengefasst.) Man sieht, dass in den Nachtstunden der Anteil mit 27 % - 35 % weit höher als am Tag liegt.			3
h)	Die Aussage ist falsch: Zwar ist der **Anteil** der nicht Angeschnallten in der Nacht am größten, aber dennoch werden am frühen Nachmittag sehr viel mehr unangeschnallte Autofahrer beobachtet (jeweils mehr als 300 pro Stunde, während es kurz vor Mitternacht 150 sind und danach in den nächsten Stunden maximal 60).		2	
i)	Die Aussage ist falsch: Auch wenn nachts bis zu 30 % nicht angeschnallter Autofahrer gezählt werden, ist dies doch immer noch weit weniger als die Hälfte. Von „die meisten“ kann also nicht gesprochen werden.			2
j)	Die Aussage ist richtig: Der Berufsverkehr findet in den Zeiträumen 7 – 9 Uhr und 16 – 19 Uhr statt. In beiden Zeiträumen ist der **Anteil** *nicht angeschnallter* Fahrer deutlich unter 10 % und damit der **Anteil** *angeschnallter* Fahrer hoch.		2	
	Insgesamt 22 BWE	6	11	5

Zeitraum	Anteil
0 Uhr - 1 Uhr	27,6 %
1 Uhr - 2 Uhr	31,0 %
2 Uhr - 3 Uhr	36,2 %
3 Uhr - 4 Uhr	33,6 %
4 Uhr - 5 Uhr	13,6 %
5 Uhr - 6 Uhr	7,2 %
6 Uhr - 7 Uhr	7,4 %
7 Uhr - 8 Uhr	6,1 %
8 Uhr - 9 Uhr	7,1 %
9 Uhr - 10 Uhr	9,7 %
10 Uhr - 11 Uhr	8,3 %
11 Uhr - 12 Uhr	9,4 %

Zeitraum	Anteil
12 Uhr - 13 Uhr	9,8 %
13 Uhr - 14 Uhr	8,9 %
14 Uhr - 15 Uhr	9,9 %
15 Uhr - 16 Uhr	9,9 %
16 Uhr - 17 Uhr	8,0 %
17 Uhr - 18 Uhr	7,8 %
18 Uhr - 19 Uhr	10,1 %
19 Uhr - 20 Uhr	12,5 %
20 Uhr - 21 Uhr	14,1 %
21 Uhr - 22 Uhr	15,3 %
22 Uhr - 23 Uhr	18,0 %
23 Uhr - 24 Uhr	20,7 %

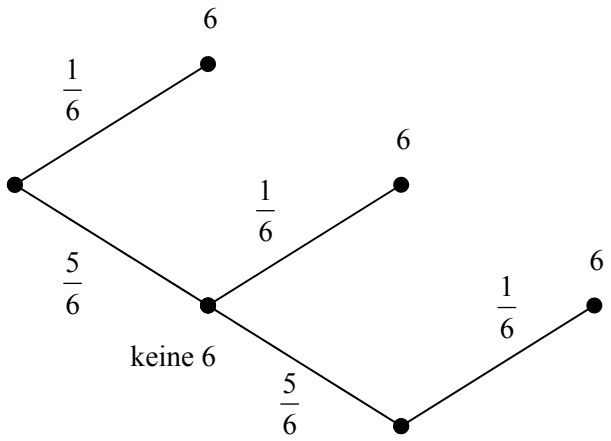
35. Bevölkerungsbaum

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Durch Ablesen an der Grafik links erhält man, dass in Deutschland 1950 ungefähr 510 000 Frauen im Alter von 20 Jahren lebten. *Toleranz: ± 10 000.*	2		
b)	Durch Ablesen an der Grafik rechts erhält man, dass in Deutschland 2001 ungefähr 560 000 Frauen und 580 000 Männer im Alter von 30 Jahren, also insgesamt ungefähr 1 140 000 Menschen im Alter von 30 Jahren lebten. *Toleranz bei den Teilergebnissen für Männer und Frauen: ± 10 000.*	3		
c)	Durch Betrachten der rechten Grafik erkennt man, dass in Deutschland 2001 die Twens in allen Altersjahrgängen ungefähr gleichstark vertreten sind, nämlich jeweils ca. 440 000 Frauen und 450 000 Männer, also pro Jahrgang ca. 990 000 Menschen. Die Twens bestehen aus 10 solcher Jahrgänge, also gab es 2001 ungefähr 10 Millionen Twens in Deutschland.		4	
d)	Sowohl 1950 als auch 2001 ist die Anzahl der männlichen „0-jährigen“ (Säuglinge) annähernd gleich der Anzahl der weiblichen „0-jährigen“. (1950 lässt sich vielleicht ein kleiner Jungenüberschuss konstatieren). Die sehr geringen Unterschiede sprechen nicht gegen einen Unterschied in den Geburtswahrscheinlichkeiten für Jungen bzw. Mädchen.	2	2	
e)	Die Einwohnerzahl in Deutschland hat von ca. 69 Millionen im Jahre 1950 auf ca. 85 Millionen im Jahre 2001 zugenommen. Zuwachs in Prozent: $\frac{16}{69} = 23{,}18...$, also ungefähr 23 %.	2		
f)	• Im Jahr 1950 gab es (vgl. Grafik oben links) ca. 75 000 Männer und ca. 90 000 Frauen im Alter von 80 Jahren, also ca. 165 000 80-jährige Menschen. Wenn man unterstellt, dass die beiden Grafiken oben und die Grafik unten rechts sich auf den gleichen Datenbestand beziehen, dann betrug 1950 der Anteil der 80-jährigen an der Gesamtbevölkerung (vgl. e)) ca. $\frac{0{,}165}{69} = 0{,}00239... \approx 0{,}24$ %. Im Jahr 2001 gab es (vgl. rechte Grafik oben) ca. 150 000 80-jährige Männer und ca. 350 000 80-jährige Frauen, also ca. 500 000 80-jährige Menschen, damit betrug der Anteil der 80-jährigen an der Gesamtbevölkerung (vgl. e)) ca. $\frac{0{,}5}{85} = 0{,}007... \approx 0{,}7$ %. *Der Wert hat sich also fast verdreifacht.*			

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	• Über die Frage, ob von 1950 bis 2001 in Deutschland mehr Menschen geboren als gestorben sind, lässt sich mit Hilfe der gegebenen Informationen keine sinnvolle Aussage machen, dazu müssten noch Ein- und Auswanderungsstatistiken herangezogen werden.		2	6
	Insgesamt 22 BWE	8	8	6

36. Mensch ärgere dich nicht

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Da die Sechs eines der sechs gleichwahrscheinlichen Bilder des Würfels ist, beträgt die gesuchte Wahrscheinlichkeit $P = \frac{1}{6}$. Die Wahrscheinlichkeit für „Keine Sechs“ ist die Gegenwahrscheinlichkeit (oder: „Keine Sechs“ umfasst fünf der sechs gleichwahrscheinlichen Bilder), also $p = \frac{5}{6}$ Demzufolge ist die Wahrscheinlichkeit dafür, beim ersten Wurf gleich anfangen zu können, $P = \frac{1}{6}$.	4		
b)	Der dritte Wurf ist unabhängig von den beiden vorigen Würfen, also $P = \frac{1}{6}$.	2		
c)	Um mit dem zweiten Wurf anfangen zu können, muss beim ersten Wurf keine Sechs ($P = \frac{5}{6}$) und danach eine Sechs gewürfelt werden ($P = \frac{1}{6}$). Damit ergibt sich insgesamt $P = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{36}$.		3	
d)	Dies ist ein mehrstufiger Vorgang. Deshalb ist ein Baumdiagramm nützlich (s. nächste Seite). Seine Struktur ist in den ersten beiden Teilen aufgebaut; es ist möglich, diese Ergebnisse zu verwenden: Wenn man in der ersten Runde auf das Startfeld rückt, so hat man entweder − im ersten Wurf eine Sechs, oder − man hat im ersten Wurf keine Sechs, aber im zweiten, oder − man zwei Würfe hintereinander keine Sechs und dann, im dritten, eine Sechs.			

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	1. Wurf 2. Wurf 3. Wurf  Die Wahrscheinlichkeit für das erste Ereignis ist (siehe a)) $P=\frac{1}{6}$. Das zweite Ereignis hat die Wahrscheinlichkeit (siehe b)) $P=\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{6}=\frac{5}{36}$. Das dritte Ereignis hat die Wahrscheinlichkeit $P=\frac{5}{6}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{6}=\frac{25}{216}$. Die Summe dieser drei Zahlen ist die gefragte Wahrscheinlichkeit, also $P=\frac{1}{6}+\frac{5}{36}+\frac{25}{216}=\frac{91}{216}\approx 42\,\%$. Der einfachere Lösungsweg verwendet das Gegenereignis G („Nach drei Würfen immer noch keine Sechs“) zum betrachteten Ereignis E („Mindestens einer der ersten drei Würfe war eine Sechs“): $P(G)=\frac{5}{6}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{5}{6}=\frac{125}{216}$. Da $P(E)=1-P(G)$, ergibt sich $P(E)=1-\frac{125}{216}=\frac{91}{216}\approx 42\,\%$. Im Mittel in weniger als der Hälfte aller Fälle kann man seine Figur in der ersten Runde auf das Startfeld stellen. Dies hat also schon mit Glück zu tun.		3 5 1	
e)	Felix hat neun Mal hinter einander keine Sechs gewürfelt. Dafür ist die Wahrscheinlichkeit $P(KF)=\left(\frac{5}{6}\right)^9\approx 19{,}38\%$. Wenn etwas mit der Wahrscheinlichkeit von knapp 20 % vorkommt, so passiert es im Mittel in jedem fünften Fall und nicht „in jedem tausendsten Fall“. Felix hat also nicht Recht.			3

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
f)	Die Wahrscheinlichkeit, dass alle vier in der ersten Runde „rauskommen“ beträgt $\left(\frac{91}{216}\right)^4 \approx 3\%$, also beträgt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass „mindestens einer nicht rauskommt“, ca. 97 %, das ist „fast sicher“. Allerdings ist Miriams Aussage auch keine sinnvolle Entgegnung zu Felix Unglück, sie hätte wie in e) argumentieren müssen.			1
	Insgesamt 22 BWE	6	12	4

37. Quader

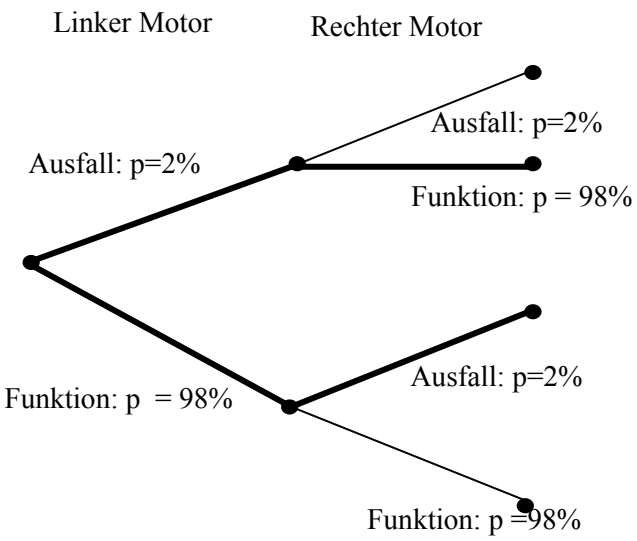
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)		6		
b)	Für eine Wahrscheinlichkeitsverteilung müssen die 1 und die 6, die 2 und die 5 und die 3 und 4 jeweils gleich wahrscheinlich sein. Damit insgesamt 100 % herauskommt, kann z.B. die Wahrscheinlichkeit für die 4 auf 30 % gesetzt werden.		2	
c)	Der Flächeninhalt für die Seiten 3 und 4 ist jeweils: $2{,}3\text{ cm} \cdot 2\text{ cm} = 4{,}6\text{ cm}^2$. Der Flächeninhalt für die Seiten 1 und 6 ist jeweils: $2{,}3\text{ cm} \cdot 1{,}3\text{ cm} = 2{,}99\text{ cm}^2$. Der Flächeninhalt für die Seiten 2 und 5 ist jeweils: $1{,}3\text{ cm} \cdot 2\text{ cm} = 2{,}6\text{ cm}^2$. Der gesamte Flächeninhalt beträgt also: $2 \cdot 4{,}6\text{ cm}^2 + 2 \cdot 2{,}6\text{ cm}^2 + 2 \cdot 2{,}99\text{ cm}^2 = 20{,}38\text{ cm}^2$. Der Anteil der Seite 3 beträgt also $\frac{4{,}6\text{ cm}^2}{20{,}38\text{ cm}^2} \approx 0{,}2257 \approx 23\% \neq 30\%$ Der Anteil der Seite 1 beträgt also $\frac{2{,}99\text{ cm}^2}{20{,}38\text{ cm}^2} \approx 0{,}1467 \approx 15\% \neq 11\%$			

	1	2	3	4	5	6
Gerd	43	34	122	119	40	42
Frauke	43	36	115	125	33	48
Martha	46	35	117	123	32	47
Absolute Häufigkeit	132	105	354	367	105	137
Relative Häufigkeit	0,11	0,09	0,30	0,31	0,09	0,11
Relative Häufigkeit in Prozent	11	9	30	31	9	11

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Der Anteil der Seite 2 beträgt also $\frac{2{,}6\ \text{cm}^2}{20{,}38\ \text{cm}^2} \approx 0{,}1276 \approx 13\% \neq 9\%$. Das Verhältnis der einzelnen Flächen am Gesamtflächeninhalt weicht also zu stark von der experimentell bestimmten Wahrscheinlichkeit ab, sodass damit die Wahrscheinlichkeit nicht berechnet werden kann.		6	
d)	Der zu erwartende Gewinn pro Spiel beträgt also aus Sicht der Losbudenbetreiber: $0{,}09 \cdot (-6)\ € + 0{,}09 \cdot (-5)\ € + 0{,}3 \cdot (-1)\ € + 1\ € = -0{,}29\ €$. Auf lange Sicht machen die drei Losbudenbetreiber im Durchschnitt pro Durchführung einen Verlust von 0,29 €. Sie können also nicht damit rechnen, einen Gewinn zu machen.		4	
e)	Der Gewinn sollte etwas größer als die Auszahlung sein. Eine einfache Rechnung ergibt sich, wenn für die beiden Ereignisse mit der geringsten Wahrscheinlichkeit der gleiche Betrag ausgezahlt wird. Wird eine andere Zahl geworfen, wird der Einsatz einbehalten. Bei einer Auszahlung bei der 2 und der 5 von jeweils 5 € kann man pro Spiel etwa einen Gewinn von 0,10 € erwarten. Wenn die drei aber mehr für Ihren Aulabau einnehmen möchten, so kann die Auszahlung natürlich geändert werden. *Hinweis: Es sind aber auch viele andere Möglichkeiten denkbar.*			4
	Insgesamt 22 BWE	6	12	4

38. Motorausfall

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Da der Ausfall beider Motoren auch schon intuitiv weniger wahrscheinlich ist als der Ausfall nur eines Motors, bleibt nur die Möglichkeit „sehr klein: 0,04 %“ übrig.	2		
b)	Grundsätzlich gilt: $p(\overline{E}) = 1 - p(E)$. Damit ergibt sich hier $p(\overline{E}) = 0.98 = 98\%$.	2		
c)	Richtig ist es hier, die Formulierungen (2) Beide Motoren sind intakt. und (4) Kein Motor fällt aus. anzukreuzen.	2	2	

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
d)	 Die dick gezeichneten Wege zusammen bilden das gefragte Ereignis *F*: „Genau ein Motor fällt aus“. Das Ereignis tritt *nicht* mit der am Anfang gegebenen Wahrscheinlichkeit von 2 % auf, denn die gehört zum Ereignis E: „Ein bestimmter Motor der beiden Außenborder fällt aus“. Es gibt aber zwei Motoren. Gonzales hat ersichtlich versucht, die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses G: „Einer der beiden Motoren, z.B. der linke, fällt aus, der andere hält durch“ zu berechnen. Dafür wäre die Wahrscheinlichkeit $p(G) = 0,02 \cdot 0,98 = 0,0196 = 1,96\%$. Der Vergleich mit der Zeile im Aufgabentext zeigt, dass Gonzales zunächst „0,2“ statt „0,02“ geschrieben hat (Fehler 1); das nächste Gleichheitszeichen stimmt, die Umrechnung in Prozent – das dritte Gleichheitszeichen – wieder nicht (obwohl sich die Fehler aufheben!) (Fehler 2). Der dritte Fehler findet sich im Ansatz. Das von Gonzales berechnete Ereignis ist nicht das gewünschte, es fehlt noch, dass ebenso der rechte Motor ausfallen und der linke durchhalten kann. Dafür ist die Wahrscheinlichkeit genauso groß wie für G, so dass sich insgesamt ergibt: $p(F) = 2 \cdot p(G) = 3,92\%$.		3 2 2 4	
e)	Das gefragte Ereignis ist das Gegenereignis zu „Beide Motoren fallen aus“ (im Baumdiagramm der oberste Weg); seine Wahrscheinlichkeit ist somit $p = 1 - 0,02 \cdot 0,02 = 0,9996 = 99,96\%$.			3
	Insgesamt 22 BWE	6	13	3

39. Spiel mit Dominosteinen

	Lösungsskizze																			Zuordnung, Bewertung		
																				I	II	III
a)	Augenwert	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	3		
	Anzahl der Steine mit diesem Augenwert	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	5	4	4	3	3	2	2	1	1			

<table>
<tr><th></th><th>Lösungsskizze</th><th colspan="3">Zuordnung, Bewertung</th></tr>
<tr><th></th><th></th><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>b)</td><td>
<table>
<tr><td>Aw</td><td>0/1</td><td>2/3</td><td>4/5</td><td>6/7</td><td>8/9/10</td><td>11/12</td><td>13/14</td><td>15/16</td><td>17/18</td></tr>
<tr><td>P</td><td>1/55
≅ 0,018
≅ 1,8 %</td><td>2/55
≅ 0,036
≅ 3,6 %</td><td>3/55
≅ 0,054
≅ 5,4 %</td><td>4/55
≅ 0,072
≅ 7,2 %</td><td>5/55
≅ 0,091
≅ 9,1 %</td><td>4/55
≅ 0,072
≅ 7,2 %</td><td>3/55
≅ 0,054
≅ 5,4 %</td><td>2/55
≅ 0,036
≅ 3,6 %</td><td>1/55
≅ 0,018
≅ 1,8 %</td></tr>
</table>
</td><td>4</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>c)</td><td>Ein Spiel ist dann fair, wenn die Wahrscheinlichkeiten für Gewinnen und Verlieren auf lange Sicht gleich groß sind.
$P(0;1;2;3;4;5;6;7;8;9) = 2\cdot\frac{1}{55}+2\cdot\frac{2}{55}+2\cdot\frac{3}{55}+2\cdot\frac{4}{55}+2\cdot\frac{5}{55}=\frac{30}{55}\geq 0{,}5=50\%$.
Anna hat Recht. Das Spiel ist nicht fair.</td><td></td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td>d)</td><td>Auf lange Sicht erhält Leo durchschnittlich
$\frac{30}{55}\cdot 40$ Eurocent $=\frac{240}{11}$ Eurocent ≈ 22 Eurocent pro Spiel, muss aber an Anna durchschnittlich $\frac{25}{55}\cdot 60$ Eurocent $=\frac{300}{11}$ Eurocent ≈ 27 Eurocent abgeben. Er macht also pro Durchführung durchschnittlich einen Verlust von ungefähr 5 Eurocent. Bei 50 Durchführungen macht Leo also einen durchschnittlichen Verlust von
$5\cdot 50$ Eurocent $= 250$ Eurocent</td><td></td><td>5</td><td></td></tr>
<tr><td>e)</td><td>Das Verhältnis der Steine mit einstelligen Augenzahlen zu den anderen Steinen ist 30:25. Also muss das Verhältnis der Gewinne umgekehrt sein, also 25 : 30. Z. B. kann Leo 25 Eurocent gewinnen und Anna 30 Eurocent.
Auf lange Sicht nimmt damit Leo pro Durchführung $\frac{30}{55}\cdot 25$ Eurocent $=\frac{150}{11}$ Eurocent ein
und für Anna beträgt die durchschnittliche Einnahme $\frac{25}{55}\cdot 30$ Eurocent $=\frac{150}{11}$ Eurocent .</td><td></td><td></td><td>3</td></tr>
<tr><td>f)</td><td>Auch wenn das Spiel fair ist, sind immer – egal, wie viele Spiele gemacht werden – Abweichungen vom Erwartungswert möglich. Deshalb hat Leo nicht Recht.</td><td></td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Insgesamt 22 BWE</td><td>7</td><td>12</td><td>3</td></tr>
</table>

40. Wortlegespiel

<table>
<tr><th></th><th>Lösungsskizze</th><th colspan="3">Zuordnung, Bewertung</th></tr>
<tr><th></th><th></th><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>a)</td><td>Das Alphabet hat 26 Buchstaben. Davon sind die fünf Vokale mit den Anzahlen gegeben. Es bleiben 21 Konsonanten.
$21\cdot 18$ Plättchen = 378 Plättchen.
Fünf Vokale: 90 Plättchen. Insgesamt sind es also 468 Plättchen.</td><td>2</td><td>2</td><td></td></tr>
</table>

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
b)	Für: - A $\frac{25}{468} \approx 0{,}0534$ - W $\frac{18}{468} \approx 0{,}0385$ - einen Vokal $\frac{90}{468} \approx 0{,}1923$ - einen Konsonanten $\frac{378}{468} \approx 0{,}8077$	2	2	
c)	A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M / N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z $25+30+15+10\cdot 18=250$ / $10+10+11\cdot 18=218$ Damit ist es wahrscheinlicher, aus den ersten 13 Buchstaben des Alphabets ein Plättchen zu ziehen.	2	4	
d)	- 2 Vokale: $\frac{90}{468}\cdot\frac{89}{467} \approx 0{,}0366$ - 2 Konsonanten: $\frac{378}{468}\cdot\frac{377}{467} \approx 0{,}6520$ - 1 Vokal und dann ein Konsonant: $\frac{90}{468}\cdot\frac{378}{467} \approx 0{,}1557$		4	
e)	Buchstabenkombination H A U S: $\frac{18}{468}\cdot\frac{25}{467}\cdot\frac{10}{466}\cdot\frac{18}{465} \approx 0{,}00000171.$			4
	Insgesamt 22 BWE	6	12	4

41. Volksabstimmung

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Da sich 70 % der Abstimmungsberechtigten an der Abstimmung beteiligt haben, sind dies $42\,000\,000\cdot 0{,}7 = 29\,400\,000$. Also: 29,4 Millionen Franzosen haben abgestimmt.	2		

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
b)	In den Niederlanden haben von 11,6 Millionen Berechtigten 64 % teilgenommen, davon haben 38,4 % mit „Ja“ gestimmt. Das sind also $11600000 \cdot 0,64 \cdot 0,384 = 2\,850\,816$ Bürger. Die Aussage stimmt also. Nein-Stimmen: $11\,600\,000 \cdot 0,64 \cdot 0,616 = 4\,573\,184$. Das ist weniger als die Hälfte aller Stimmberechtigten. Man kann also nicht sagen, dass sich die Mehrheit der Niederländer gegen die Verfassung entschieden haben.	3 1	2	
c)	Hier muss jeweils in mehreren Schritten gerechnet werden. Frankreich: 1. Tatsächlich haben 29 400 000 Franzosen abgestimmt. 2. Tatsächlich gab es ($29\,400\,000 \cdot 0,451 =$) 13 259 400 Ja-Stimmen. 3. Die gewünschte halbe Million zusätzlicher Ja-Stimmen erhöht diese Zahl auf 13 759 400 und 4. die Zahl der Abstimmenden auf 29 900 000. 5. Nun ist aber $\frac{13\,759\,400}{29\,900\,000} \approx 46\,\%$; auch so wäre die Verfassung in Frankreich nicht angenommen worden. Niederlande: 1. Tatsächlich haben $11\,600\,000 \cdot 0,64 = 7\,424\,000$ Niederländer abgestimmt. 2. Tatsächlich gab es $7\,424\,000 \cdot 0,384 = 2\,850\,816$ Ja-Stimmen. 3. Die gewünschte halbe Million zusätzlicher Ja-Stimmen erhöht diese Zahl auf 3 350 816 und 4. die Zahl der Abstimmenden auf 7 924 000. 5. Nun ist aber $\frac{3\,350\,816}{7\,924\,000} \approx 42\,\%$; auch so wäre die Verfassung in den Niederlanden nicht angenommen worden. In beiden Ländern hätte auch jeweils eine halbe Million zusätzlicher Ja-Stimmen das Abstimmungsergebnis nicht wesentlich geändert.		3	4
d)	760 von 1200 entspricht einem Anteil von 63,3 %. Die Befragung deckt sich also gut mit der Abstimmung.	2		
e)	Wenn auch in der Befragung ein „Ja“-Anteil von etwa 45 % hätte auftreten sollen, so hätten nur 185 der Befragten angeben dürfen, dass sie mit „Ja“ stimmen wollen. Also sind 21 „Ja“-Stimmen zu viel.		2	

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
f)	Einsetzen in die Formel liefert für die Franzosen einen Sicherheitsbereich von $\pm 4\%$. Andererseits gilt $\frac{206}{410} \approx 50,2\%$. Das Ergebnis der Abstimmung lag also knapp außerhalb des Sicherheitsbereichs, den die Wahlforscher angegeben hatten.		1	2
	Insgesamt 22 BWE	8	8	6